四庫全書

子部

御製數理精蘊下編卷二十三

體部一

立方

立方

立方者等邊六面之體積也以形而言雖為六面十二邊之所合以積而言則為自乘再乘之數因其縱橫與高俱相等故十二邊皆如一線得其一邊而十二邊莫不相同其積之也自線而面自面而體次第相乘而後得其全積其開之也必次第析之而後得其一邊是故古人立為方廉長廉之制每積三位而得邊之一位所謂一千商十定無疑三萬纔為三十餘九十九萬不離十百萬方為一百推是也其法先

從一角而剖其體以自一至九自乘再乘之數為方根與實相審量其足減者而定之是為初商初商減盡無餘則方根止一位若有餘實即初商方積外別成一缺角三面磬折體其附初商之三面者謂之方廉其附初商之三邊者謂之長廉其附初商之角者謂之隅廉有三故以三為廉法隅惟一而隅之三面即符於三長廉之端合三方廉三長廉一隅始合次商之數故商除之法以初商自乘三因為三方廉面積視初商餘實足方廉面積幾倍即定為次商乃以

次商乘三長廉為三長廉面積又以次商自乘為小隅面積共合三方廉三長廉及一小隅面積以次商數乘之為次商廉隅之共積所謂初商方積外別成一缺角三面磬折體者是也如次商外尚有不盡之實則初商次商方積外仍為三方廉三長廉一小隅又成一三面磬折體但較前方廉愈大長廉愈長而隅愈小耳凡有幾層廉隅俱照次商之例遞析之實盡而止如開至多位實仍不盡者必非自乘再乘之正數此開立方之定法也體形不一而容積皆以立

方為準故立方為算諸體之本諸體必通之立方而法乃可施也

設如正方體積一百二十五尺開立方問每一邊數幾何

五〇五五
二三
〇〇〇

法列正方體積一百二十五尺自末位起算每方積三位定方邊一位今積止有三位則於五尺上作記定單位以自一至九自乘再乘之方根數與之相審知與五尺自乘再乘之數恰合乃以五

尺書於方積五尺之上而以五尺自乘再乘之一百二十五尺書於方積原數之下相減恰盡即得開方之數為五尺也如圖甲乙丙丁戊己正方體形每邊皆五尺其中函一尺小方體一百二十五自邊計之為五尺自面計之則為五尺自乘之二十五尺自通體計之則為五尺自乘再乘之一百二十五尺以積開之則與五尺自乘再乘之數相準故

商除之恰盡也蓋方積為三位是以方邊止一位方積即五尺自乘再乘之數別無廉隅故不用次商如有餘實則自成廉隅而用次商矣

設如正方體積一丈七百二十八尺開立方問每一邊數幾何

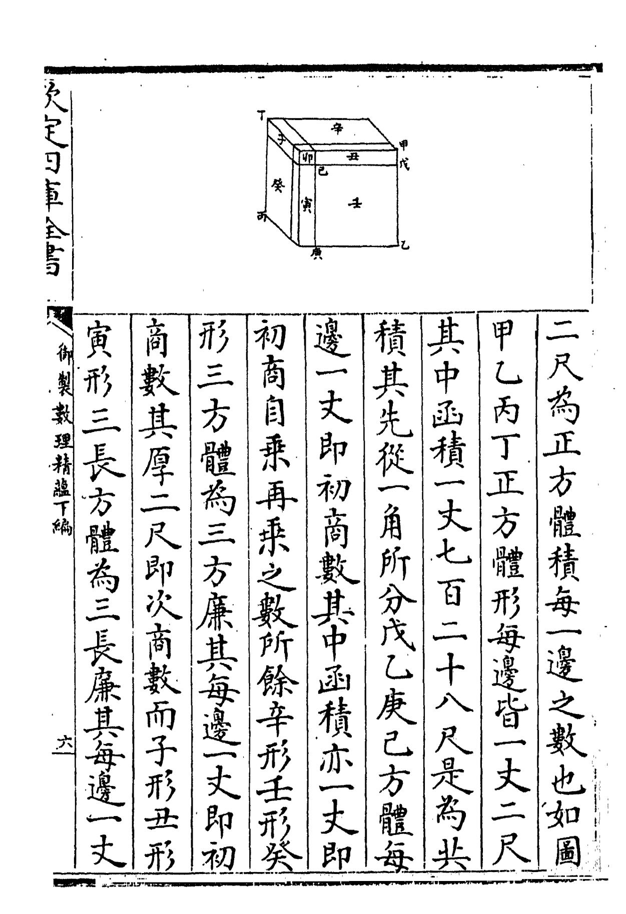
法列正方體積一丈七百二十八尺自末位起算每方積三位定方邊一位故隔二位作記即於八尺上定尺位一丈

〇　　　　　〇
一　七　二　八
一
三六四〇　七　二　八
　　　　　七　二　八
　　　　　〇　〇　〇

上定丈位其一丈為初商積與一丈自乘再乘之數相合即定初商為一丈書於方積一丈之上而以一丈自乘再乘之一丈書於初商積之下相減恰盡爰以方邊末位餘積七百二十八尺續書於下大凡以餘積續書於下者每取方積之三位以當方邊之一位也為次商廉隅之共積乃以初商之一丈作一十尺自乘得一百尺三因之得三百尺為次商三方廉面積以除方積七

一　　　二
二　七　二　八
二
三六四　○　七　二　八
七　二　八
○　○　○

百二十八尺足二尺即定次商為二尺書於方積八尺之上而以初商之一十尺與次商之二尺相乘得二十尺三因之得六十尺為次商三長廉面積復以次商二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三百六十四尺為廉隅共法書於餘積之左以次商之二尺乘之得七百二十八尺與餘積相減恰盡是開得一丈



二尺為正方體積每一邊之數也如圖甲乙丙丁正方體形每邊皆一丈二尺其中函積一丈七百二十八尺是為共積其先從一角所分戊乙庚己方體每邊一丈即初商數其中函積亦一丈即初商自乘再乘之數所餘辛形壬形癸形三方體為三方廉其每邊一丈即初商數其厚二尺即次商數而子形丑形寅形三長方體為三長廉其每邊一丈



亦即初商數其闊其厚皆二尺亦即次商數方廉有三故三倍初商之自乘為廉法以定次商其卯形一小正方體為隅其長與闊與厚皆同為二尺亦即次商數故以次商為隅法合辛壬癸三方廉子丑寅三長廉卯一方隅而成一磬折體形附於初商自乘再乘之方體三面而成一甲乙丙丁之總正方體積此立方廉隅之法所由生也三商以後皆

一)　　　二)
一　七　二　八
一
三○○|○　七　二　八
　　　一　七　三　八
　　　○　○　○　○

倣此遞析開之

又法列積一丈七百二十八尺自末位起算作記定位同前乃截一丈為初商積與一丈自乘再乘之數相合則定初商為一丈書於方積一丈之上而以一丈自乘再乘之一丈書於初商積之下相減恰盡乃以方邊末位餘積七百二十八尺續書於下為次商廉隅之共積而以初商之一丈作一十尺自乘得一

一
二　七　二　八
二

三〇〇　〇七二八
　　　　一七二八
　　　　〇〇〇〇

百尺三因之得三百尺為次商三方廉面積即以三方廉面積三百尺除方積七百二十八尺足二尺則定次商為二尺書於方積八尺之上合初商共一丈二尺自乘再乘得一丈七百二十八尺與原積符合相減恰盡即定立方邊為一丈二尺也此法止用三方廉面積除立方體積得次商數即併初商數自乘再乘得數與原積相減雖為省去長廉

小隅一層然方邊位數少者還為簡易至於方邊位數過四位以上則累次自乘再乘反比遞析之理為煩矣

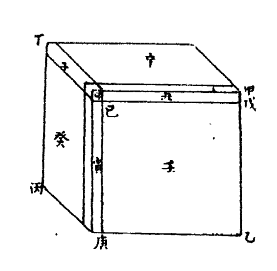
設如正方體積一十四萬八千八百七十七尺開立方問每一邊數幾何此題正方體積之六位皆以尺命位似與前題分丈尺者不同然其取方積三位續書於下其末位即命為單位立算則與丈尺同也

法列正方體積一十四萬八千八百七十七尺自末位起算每方積三位定方邊一位故隔二位作記乃於七尺上定

單位八千尺上定十位其一十四萬八千尺為初商積以初商末位計之則八千尺為初商積之單位而一十四萬八千尺為一百四十八止與五自乘再乘之數相準即定初商為五書於方積八千尺之上而以五自乘再乘之一百二十五書於初商積之下相減餘二萬三千尺爰以方邊第二位餘積八百七十七尺續書於下共二萬三千八百七十

五　　三
一四八八七七
一二五
七九五九〇二三八七七
二三八七七
〇〇〇〇〇

七尺為次商廉隅之共積乃以初商之五作五十尺自乘得二千五百尺三因之得七千五百尺為次商三方廉面積以除方積二萬三千八百七十七尺足三尺即定次商為三尺書於方積七尺之上而以初商之五十尺與次商之三尺相乘得一百五十尺三因之得四百五十尺為次商三長廉面積復以次商三尺自乘得九尺為次商一小隅面積



五　　三
一四八八七七
一二五
七九五九｜〇二三八七七
二三八七七
〇〇〇〇〇

合三方廉三長廉一小隅面積共得七千九百五十九尺為廉隅共法書於餘積之左以次商之三尺乘之得二萬三千八百七十七尺與餘積相減恰盡是開得五十三尺為正方體積每一邊之數也如圖甲乙丙丁正方體形每邊五十三尺其中函積一十四萬八千八百七十七尺是為共積其從一角所分戊乙庚己方體每邊五十尺即初商邊數

其中函積一十二萬五千尺即初商自乘再乘之數所餘辛形壬形癸形三方體為三方廉其每邊五十尺即初商數其厚三尺即次商數而子形丑形寅形三長方體為三長廉其每邊五十尺亦即初商數其闊其厚皆三尺亦即次商數方廉有三故三倍初商之自乘為廉法以定次商其外形一小正方體為隅其長與闊與厚皆同為三尺亦即次商

數故以次商為隅法合辛壬癸三方廉子丑寅三長廉卯一方隅而成一磬折體形附於初商自乘再乘之方體三面而成一甲乙丙丁之總正方體積也

又法列積一十四萬八千八百七十七尺自末位起算作記定位同前乃截一十四萬八千尺為初商積與五十自乘再乘之數相準則定初商五十尺書於方積八千尺之上而以五十自乘再乘

五　　三
一四八八七七
一二五
七五〇〇｜〇二三八七七
一四八八七七
〇〇〇〇〇〇

之一十二萬五千尺書於原積一十四萬八千之下相減餘二萬三千尺乃合第二位積八百七十七尺共二萬三千八百七十七尺為次商廉隅之共積而以初商五十尺自乘得二千五百尺三因之得七千五百尺為次商三方廉面積即以三方廉面積除方積二萬三千八百七十七尺足三尺即定次商為三尺書於方積七尺之上合初商共得五

三　五

一四八八七七
一二五
七五〇〇　〇二三八七七
一四八八七七
〇〇〇〇〇〇

十三尺自乘再乘得一十四萬八千八百七十七尺與原積符合相減恰盡即定立方邊為五十三尺也此法亦止用三方廉面積除立方體積得次商數即併初商數自乘再乘以減原積也

設如正方體積一丈八百六十尺八百六十七寸開立方問每一邊數幾何

法列正方體積一丈八百六十尺八百六十七寸自末位起算每方積三位定

一　　二　　三
一八六〇八六七
一

三六四…|〇八六〇
七二八
四四二八九|一三三八六七
一三三八六七
〇〇〇〇〇〇

方邊一位故隔二位作記即於七寸上定寸位空尺上定尺位一丈上定丈位其一丈為初商積與一丈自乘再乘之數相合即定初商為一丈書於方積一丈之上而以一丈自乘再乘之一丈書於初商積之下相減恰盡爰以方邊第二位餘積八百六十尺續書於下為次商廉隅之共積乃以初商之一丈作一十尺自乘得一百尺三因之得三百尺

三　二　二
一八六〇八六七
二
三六四 | 〇八六〇
七二八
四四二八九 | 一三二八六七
一三二八六七
〇〇〇〇〇〇

為次商三方廉面積以除八百六十尺足二尺即定次商為二尺書於方積空尺之上而以初商之一十尺與次商之二尺相乘得二十尺三因之得六十尺為次商三長廉面積復以次商之二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三百六十四尺為次商廉隅共法書於餘積之左以次商之二尺乘之得七百二十八

一　三　三
一八六〇八六七
一
三六四　〇八六〇
　　　　七二八
四四二八九　一三二八六七
　　　　　一三二八六七
　　　　　〇〇〇〇〇〇

尺與次商廉隅共積相減餘一百三十二尺即一十三萬二千寸復以方邊第三位餘積八百六十七寸續書於下共一十三萬二千八百六十七寸為三商廉隅之共積乃以初商次商之一丈二尺作一百二十寸自乘得一萬四千四百寸三因之得四萬三千二百寸為三商三方廉面積以除一十三萬二千八百六十七寸足三寸即定三商為三寸

一　二　三
二八六〇八六七
一
三六四　〇八六〇
　　　　七二八
四四二八九　一三二八六七
　　　　　　一三二八六七
　　　　　　〇〇〇〇〇〇

書於方積七寸之上而以初商次商之一百二十寸與三商之三寸相乘得三百六十寸三因之得一千零八十寸為三商三長廉面積復以三商之三寸自乘得九寸為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得四萬四千二百八十九寸為三商廉隅共法書於餘積之左以三商之三寸乘之得一十三萬二千八百六十七寸與三商廉隅

共積相減恰盡是開得一丈二尺三寸為正方體積每一邊之數也

設如正方體積九千四百八十一萬八千八百一十六尺開立方問每一邊數幾何

六〇　五〇　四〇
九四八一八八一六
六四
五二四五　三〇八一八
三七一二五
六三六五一六　〇三六九三八一六
三六九三八一六
〇〇〇〇〇〇〇〇

法列正方體積九千四百八十一萬八千八百一十六尺自末位起算每方積三位定方邊一位故隔二位作記乃於六尺上定單位八千尺上定十位四百萬尺上定百位其九千四百萬尺為初

```
                    四    五    六
                  九四八一八八一六
                  六四
五四二五          三〇八一八
                  三七一二五
六一五六三六      〇三六九三八一六
                    三六九三八一六
                    〇〇〇〇〇〇〇
```

商積以初商本位計之則四百萬尺為初商積之單位而九千四百萬尺為九十四止與四自乘再乘之數相準即定初商為四書於方積四百萬尺之上而以四自乘再乘之六十四書於初商積之下相減餘三千萬尺爰以方邊第二位餘積八十一萬八千尺續書於下共三千零八十一萬八千尺為次商廉隅之共積以次商本位計之則八千尺為

四　五　六
九四八一八八一六
六四
五四二五　三〇八一八
二七一二五
六一五六三六　〇三六九三八一六
三六九三八一六
〇〇〇〇〇〇〇

次商積之單位而三千零八十一萬八千尺為三萬零八百一十八而初商之四即為四十乃以初商之四十自乘得一千六百三因之得四千八百為次商三方廉面積以除三萬零八百一十八足五倍即定次商為五書於方積八千尺之上而以初商之四十與次商之五相乘得二百三因之得六百為次商三長廉面積復以次商之五自乘得二十

(四)　(五)　(六)
九四八一八八一六
六四
五四二五　三〇八一八
三七一二五
六一五六三六　〇三六九三八一六
三六九三八一六
〇〇〇〇〇〇〇

五為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得五千四百二十五為次商廉隅共法書於餘積之左以次商之五乘之得二萬七千一百二十五與次商廉隅共積相減餘三百六十九萬三千尺復以方邊末位餘積八百一十六尺續書於下共三百六十九萬三千八百一十六尺為三商廉隅之共積以三商本位計之則積與邊皆仍為本

四　　五　　六

九四八一八八一六
六四

五四二五　三〇八一八
　　　　　二七一二五

六一五六三六　〇三六九三八一六
　　　　　　　三六九三八一六
　　　　　　　〇〇〇〇〇〇〇

位乃以初商次商之四百五十尺自乘得二十萬零二千五百三因之得六十萬零七千五百為三商三方廉面積以除三百六十九萬三千八百一十六尺足六倍即定三商為六書於方積六尺之上而以初商次商之四百五十與三商之六相乘得二千七百三因之得八千一百為三商三長廉面積復以三商之六自乘得三十六為三商一小隅面

積合三方廉三長廉一小隅面積共得六十一萬五千六百三十六為三商廉隅共法書於餘積之左以三商之六乘之得三百六十九萬三千八百一十六與三商廉隅共積相減恰盡是開得四百五十六尺為正方體積每一邊之數也

```
        四　五　六
        九四八一八八一六
        六四
五二四二五　三〇八一八
        二七一二五
六一五六三六　三六九三八一六
        三六九三八一六
        〇〇〇〇〇〇〇
```

設如正方體積三百四十七丈四百二十八尺九百二十七寸開立方問每一邊數幾何

七 〇 三

三四七四二八九二七
三四三

一四七六三〇九 〇〇四四二八九二七
四四二八九二七
〇〇〇〇〇〇〇

法列正方體積三百四十七丈四百二十八尺九百二十七寸自末位起算每隔二位作記即於七寸上定寸位八尺上定尺位七丈上定丈位共三百四十七丈為初商積與七丈自乘再乘之數相準即定初商為七丈書於方積七丈之上而以七丈自乘再乘之三百四十三丈書於初商積之下相減餘四丈即四千尺爰以方邊第二位餘積四百二

七　　○　　三
三四七四二八九二七
三四三
一四七六三○九|○○四四二八九二七
四四二八九二七
○○○○○○○

十八尺續書於下共四千四百二十八尺為次商廉隅之共積乃以初商之七丈作七十尺自乘得四千九百尺三因之得一萬四千七百尺為次商三方廉面積以除方積四千四百二十八尺其數不足是次商為空位也乃書一空於方積八尺之上以存次商之位復以方邊末位餘積九百二十七寸續書於下共四千四百二十八尺九百二十七寸

```
七          ○          三
三四七四二四八九二七
三四三
一四七六三○九 ○○四四二八九二七
              四四二八九二七
              ○○○○○○○
```

即四百四十二萬八千九百二十七寸為三商廉隅之共積仍以次商三方廉面積一萬四千七百尺作一百四十七萬寸為廉法以除四百四十二萬八千九百二十七寸足三寸即定三商為三寸書於方積七寸之上又以初商之七丈為七百寸與三商之三寸相乘得二千一百寸三因之得六千三百寸為三商三長廉面積復以三商之三寸自乘

三〇七〇〇七
七二九八二四七四三
三四三
七二九八二四四〇〇
七二九八二四四
〇〇〇〇〇〇〇〇
一四七六三〇九

得九寸為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一百四十七萬六千三百零九寸為三商廉隅共法書於餘積之左以三商之三寸乘之得四百四十二萬八千九百二十七寸與三商廉隅共積相減恰盡是開得七丈零三寸為正方體積每一邊之數也此法商出之方邊有空位凡廉法除餘積而數不足者皆依此例推之

設如正方體積三千九百三十萬四千尺開立方問每一邊數幾何

三　四　〇
三九三〇四〇〇〇
二七
三〇七六　一二三〇四
一二三〇四
〇〇〇〇〇

法列正方體積三千九百三十萬四千尺補三空位以足其分自末空位起算每隔二位作記乃於空尺上定單位四千尺上定十位九百萬尺上定百位其三千九百萬尺為初商積以初商本位計之則九百萬尺為初商積之單位而三千九百為三十九止與三自乘再乘

三）　四）　○）
三九三○四○○○
二七
三○七六｜一二三○四
一二三○四
○○○○○

之數相準即定初商為三書於方積九百萬尺之上而以三自乘再乘之二十七書於初商積之下相減餘一千二百萬尺爰以方邊第二位餘積三十萬四千尺續書於下共一千二百三十萬四千尺為次商廉隅之共積以次商本位計之則四千尺為次商積之單位而一千二百三十萬四千尺為一萬二千三百零四而初商之三即為三十乃以初

三　四　○

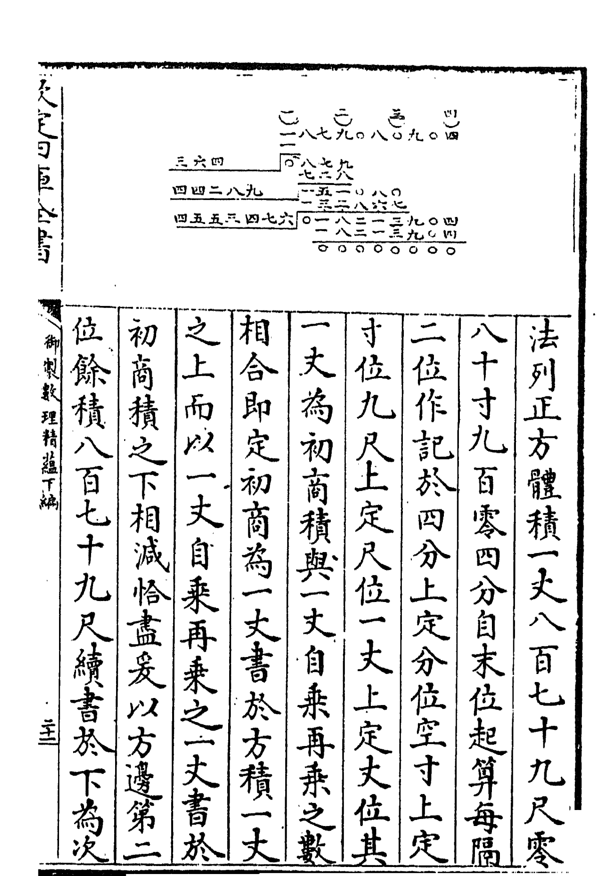
三九三○四○○○
二七
三○七六　一二三○四
一二三○四
○○○○○

商之三十自乘得九百三因之得二千七百為次商三方廉面積以除餘積一萬二千三百零四足四倍即定次商為四書於方積四千尺之上又以初商之三十與次商之四相乘得一百二十三因之得三百六十為次商三長廉面積復以次商之四自乘得一十六為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三千零七十六為次商廉隅

共法書於餘積之左以次商之四乘之得一萬二千三百零四與餘積相減恰盡是開得三百四十尺為正方體積每一邊之數也此法方積之末有三空位故所得方邊之末亦補一空位凡設數末至單位者皆依此例補足位分然後開之

三)　四)　〇)
三九三〇四〇〇〇
二七
三〇七六 一二三〇四
一二三〇四
〇〇〇〇〇

設如正方體積一丈八百七十九尺零八十寸九百零四分開立方問每一邊數幾何



法列正方體積一丈八百七十九尺零八十寸九百零四分自末位起算每隔二位作記於四分上定分位空寸上定寸位九尺上定尺位一丈上定丈位其一丈為初商積與一丈自乘再乘之數相合即定初商為一丈書於方積一丈之上而以一丈自乘再乘之一丈書於初商積之下相減恰盡爰以方邊第二位餘積八百七十九尺續書於下為次

二　　三　　三　　四
二八七九〇八〇九〇四
二
三六四　〇八七九
七三八
四四二八九　一五一〇八〇
一三三八六七
四五五三四七六　〇一八二一三九〇四
一八二一三九〇四
〇〇〇〇〇〇〇〇

商廉隅之共積乃以初商之一丈作一十尺自乘得一百尺三因之得三百尺為次商三方廉面積以除八百七十九尺足二尺即定次商為二尺書於方積九尺之上而以初商之一十尺與次商之二尺相乘得二十尺三因之得六十尺為次商三長廉面積復以次商之二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三百

二八七九〇八〇九〇四
二

三六四　〇八七九
　　　　七二八
四四二八九　一五一〇八〇
　　　　一五一〇八六七
四五五三四七六　〇一八二一三九〇四
　　　　一八二一三九〇四
　　　　〇〇〇〇〇〇〇〇

六十四尺為次商廉隅共法書於餘積之左以次商之二尺乘之得七百二十八尺與餘積相減仍餘一百五十一尺即一十五萬一千寸又以方邊第三位餘積八十寸續書於下共一十五萬一千零八十寸為三商廉隅之共積乃以初商次商之一丈二尺作一百二十寸自乘得一萬四千四百寸三因之得四萬三千二百寸為三商三方廉面積以

一　二　三　四
一八七九○八○九○四
一
三六四　○八七九
七二八
四四二八九　一五一○八○
一三三八六七
四五五三四七六　○一八二一三九○四
一八二一三九○四
○○○○○○○○

除一十五萬一千零八十寸足三寸即定三商為三寸書於方積空寸之上而以初商次商之一百二十寸與三商之三寸相乘得三百六十寸三因之得一千零八十寸為三商三長廉面積復以三商之三寸自乘得九寸為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得四萬四千二百八十九寸為三商廉隅共法書於餘積之左以三商之三

一　二　三　四

一八七九〇八〇九〇四
一

三六四　〇八七九
七二八
四四二八九　一五一〇八〇
一三二八六七
四五五三四七六　〇一八二一三九〇四
一八二一三九〇四
〇〇〇〇〇〇〇〇

寸乘之得一十三萬二千八百六十七寸與餘積相減仍餘一萬八千二百一十三寸即一千八百二十一萬三千分又以方邊第四位餘積九百零四分續書於下共一千八百二十一萬三千九百零四分為四商廉隅之共積乃以初商次商三商之一百二十三寸作一千二百三十分自乘得一百五十一萬二千九百分三因之得四百五十三萬八

一　二　三　四

二八七九〇八〇九〇四

二

三六四　〇八七九

七二八

四四二八九　一五一〇八〇

一三二八六七

四五五三四七六　〇一八二一三九〇四

一八二一三九〇四

〇〇〇〇〇〇〇〇

千七百分為四商三方廉面積以除一千八百二十一萬三千九百零四分足四分即定四商為四分書於方積四分之上而以初商次商三商之一千二百三十分與四商之四分相乘得四千九百二十分三因之得一萬四千七百六十分為四商三長廉面積復以四商之四分自乘得一十六分為四商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共

一　二　三　四
一八七九〇八〇九〇四
二
三六四　〇八七九
七二八
四四二八九　一五一〇八〇
一三二八六七
四五五五四七六　〇一八二一三九〇四
一八二一三九〇四
〇〇〇〇〇〇〇〇

得四百五十五萬三千四百七十六分為四商廉隅共法書於餘積之左以四商之四分乘之得一千八百二十一萬三千九百零四分與餘積相減恰盡是開得一丈二尺三寸四分為正方體積每一邊之數也

設如正方體積八十億六千零一十五萬零一百二十五尺開立方問每一邊數幾何

法列正方體積八十億六千零一十五

二　〇　〇　五

八〇六〇一五〇一二五

八

一二〇三〇〇二五〇〇六〇一五〇一二五

六〇一五〇一二五

〇〇〇〇〇〇〇〇

萬零一百二十五尺自末位起算每隔二位作記於五尺上定單位空千尺上定十位空百萬尺上定百位八十億尺上定千位其八十億尺為初商積以初商本位計之則八十億尺為初商積之單位而八十億尺為八止與二自乘再乘之數相合即定初商為二書於方積八十億尺之上而以二自乘再乘之八書於初商積之下相減恰盡爰以方邊

二　〇　〇　五

八〇六〇一五〇一二五

八

一二〇三〇〇二五　〇〇六〇一五〇一二五

六〇一五〇一二五

〇〇〇〇〇〇〇〇

第二位餘積六千萬尺續書於下為次商廉隅之共積以次商本位計之則空百萬尺為次商之單位而六千萬尺為六十而初商之二即為二十故以初商之二十自乘得四百三因之得一千二百為次商三方廉面積以除六十其數不足是次商為空位乃書一空於方積空百萬尺之上以存次商之位復以方邊第三位餘積一十五萬尺續書於下

二　　〇　　〇　　五
八〇六〇一五〇一二五
八
一二〇三〇〇二五|〇〇六〇一五〇一二五
六〇一五〇一二五
〇〇〇〇〇〇〇〇

共六千零一十五萬尺為三商廉隅之共積以三商本位計之則空千尺為三商之單位而六千零一十五萬尺為六萬零一百五十而初商之二即為二百次商之空即為空十故以初商次商之二空作二百自乘得四萬三因之得十二萬為三商三方廉面積以除六萬零一百五十其數仍不足是三商亦為空位乃再書一空於方積空千尺之上以

二 ○ ○ 五
八○六○一五○一二五
八
一二○三○○○二五 ○○六○一五○一二五
六○一五○一二五
○○○○○○○○○

存三商之位復以方邊末位餘積一百二十五尺續書於下共六千零一十五萬零一百二十五尺為四商廉隅之共積以四商本位計之則積與邊皆仍為本位乃以初商次商三商之二千空百空十自乘得四百萬尺三因之得一千二百萬尺為四商三方廉面積以除六千零一十五萬零一百二十五尺足五尺即定四商為五尺書於方積五尺之

一二〇三〇〇二五 六〇一五〇一二五
六〇一五〇一二五
〇〇〇〇〇〇〇〇

上而以初商之二千尺與四商之五尺相乘得一萬尺三因之得三萬尺為四商三長廉面積復以四商之五尺自乘得二十五尺為四商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一千二百零三萬零二十五尺為四商廉隅共法書於餘積之左以四商之五尺乘之得六千零一十五萬零一百二十五尺與餘積相減恰盡是開得二千零五尺

為正方體積每一邊之數也此法商出之方邊有二空位凡開立方遇此類者皆依此例推之

設如正方體積三十二億九千四百六十四萬六千二百七十二尺開立方問每一邊數幾何

法列正方體積三十二億九千四百六十四萬六千二百七十二尺自末位起算每隔二位作記於二尺上定單位六千尺上定十位四百萬尺上定百位三

一　　　四　　　八　　八
三二九四六四六二七二
一
四三六　三二九四
　　　　一七四四
六二二二四　〇五五〇六四六
　　　　　　　四九七七九二
六六〇六七八四　〇五二八五四二七二
　　　　　　　　五二八五四二七二
　　　　　　　　〇〇〇〇〇〇〇〇

十億尺上定千位共三十億尺為初商積以初商本位計之則三十億尺為初商積之單位而三十億尺為三止與一自乘再乘之數相準即定初商為一書於方積三十億尺之上而以一自乘再乘之一書於初商積之下相減餘二十億尺爰以方邊第二位餘積二億九千四百萬尺續書於下共二十二億九千四百萬尺為次商廉隅之共積以次商

（二）　（四）　（八）　（八）
三二九四六四六二七二
二
四三六　二二九四
　　　　一七四四
六二二二四　〇五五〇六四六
　　　　　　四九七七九二
六六〇六七八四　〇五二八五四二七二
　　　　　　　　五二八五四二七二
　　　　　　　　〇〇〇〇〇〇〇〇

本位計之則四百萬尺為次商積之單位而二十二億九千四百萬尺為二千二百九十四而初商之一即為一十乃以初商之一十自乘得一百三因之得三百為次商三方廉面積以除二千二百九十四足七倍因定次商為七而以初商之一十與次商之七相乘得七十三因之得二百一十為次商三長廉面積復以次商之七自乘得四十九為次

一　　四　　八　　八
三二九四六四六二七二
一

四三六　三二九四
　　　　一七四四
六二二二四　〇五五〇六四六
　　　　　　　四九七七九二
六六〇六七八四　〇五二八五四二七二
　　　　　　　　　五二八五四二七二
　　　　　　　　　〇〇〇〇〇〇〇〇

商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得五百五十九為次商廉隅共法以次商之七乘之得三千九百一十三大於次商廉隅之共積是次商不可商七也乃改商六而以初商之一十與次商之六相乘得六十三因之得一百八十為次商三長廉面積復以次商之六自乘得三十六為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得

```
一    四    八    八
三二九四六四六二七二
一
四三六          三二九四
                一七四四
六二二二四      〇五五〇六四六
                 四九七七九二
六六〇六七八四  〇五二八五四二七二
                 五二八五四二七二
                 〇〇〇〇〇〇〇〇
```

五百一十六為次商廉隅共法以次商之六乘之得三千零九十六仍大於次商廉隅之共積是次商不可商六也又改商五而以初商之一十與次商之五相乘得五十三因之得一百五十為次商三長廉面積復以次商之五自乘得二十五為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得四百七十五為次商廉隅共法以次商之五乘之得

一　四　八　八

三二九四六四六二七二

一

四三六　二二九四

一七四四

六二二二四　○五五○六四六

四九七七九二

六六○六七八四　○五二八五四二七二

五二八五四二七二

○○○○○○○○

二千三百七十五仍大於次商廉隅之共積是次商又不可商五也乃改商四而以初商之一十與次商之四相乘得四十三因之得一百二十為次商三長廉面積復以次商之四自乘得一十六為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得四百三十六為次商廉隅共法以次商之四乘之得一千七百四十四是小於次商廉隅之共積可

```
一　　　四　　八　　八
三二九四六四六二七二
二
　　　　　三二九四
四三六　　一七四四
六二二二四　〇五五〇六四六
　　　　　　四九七七九二
六六〇六七八四　〇五二八五四二七二
　　　　　　　　五二八五四二七二
　　　　　　　　〇〇〇〇〇〇〇〇
```

減也乃以次商之四書於方積四百萬尺之上而以次商乘廉隅共法之一千七百四十四與次商廉隅之共積相減餘五億五千萬尺復以方邊第三位餘積六十四萬六千尺續書於下共五億五千零六十四萬六千尺為三商廉隅之共積以三商本位計之則六千尺為三商積之單位而五億五千零六十四萬六千尺為五十五萬零六百四十六

一　四　八　八

三二九四六四六二七二

一

四三六　三二九四

一七四四

六二二二四　〇五五〇六四六

四九七七九二

六六〇六七八四　〇五二八五四二七二

五二八五四二七二

〇〇〇〇〇〇〇〇

而初商次商之一十四即為一百四十乃以初商之一百四十自乘得一萬九千六百三因之得五萬八千八百為三商三方廉面積以除五十五萬零六百四十六足九倍因定三商為九而以初商次商之一百四十與三商之九相乘得一千二百六十三因之得三千七百八十為三商三長廉面積復以三商之九自乘得八十一為三商一小隅面積

一　四　八　八
三二九四六四六二七二
一
四三六　三二九四
　　　　一七四四
六二二二四　〇五五〇六四六
　　　　　　四九七七九二
六六〇六七八四　〇五二八五四二七二
　　　　　　　　五二八五四二七二
　　　　　　　　〇〇〇〇〇〇〇〇

合三方廉三長廉一小隅面積共得六萬二千六百六十一為三商廉隅共法以三商之九乘之得五十六萬三千九百四十九大於三商廉隅之共積是三商不可商九也乃改商八而以初商次商之一百四十與三商之八相乘得一千一百二十三因之得三千三百六十為三商三長廉面積復以三商之八自乘得六十四為三商一小隅面積合三

一　　　四　　　八　　　八
三二九四六四六二七二
一

四三六　　二二九四
　　　　　一七四四

六二二二四　○五五○六四六
　　　　　　四九七七九二

六六○六七八四　○五二八五四二七二
　　　　　　　　五二八五四二七二
　　　　　　　　○○○○○○○○

方廉三長廉一小隅面積共得六萬二千二百二十四為三商廉隅共法以三商之八乘之得四十九萬七千七百九十二是小於三商廉隅之共積可減也乃以三商之八書於方積六千尺之上而以三商乘廉隅共法之四十九萬七千七百九十二與三商廉隅之共積相減餘五千二百八十五萬四千尺復以方邊末位餘積二百七十二尺續書於

一　　四　八　八
三二九四六四六二七二
一
四三六　三二九四
　　　　一七四四
六二二二四　〇五五〇六四六
　　　　　　四九七七九三
六六〇六七八四　〇五二八五四二七二
　　　　　　　　五二八五四二七二
　　　　　　　　〇〇〇〇〇〇〇〇

下共五千二百八十五萬四千二百七十二尺為四商廉隅之共積以四商本位計之則積與邊皆仍為本位乃以初商次商三商之一千四百八十尺自乘得二百一十九萬零四百三因之得六百五十七萬一千二百為四商三方廉面積以除五千二百八十五萬四千二百七十二尺八倍即定四商為八書於方積二尺之上而以初商次商三商之

一　　四　　八　　八
三二九四六四六二七二
一
四三六　　二二九四
　　　　　一七四四
六二二二四　〇五五〇六四六
　　　　　　四九七七九二
六六〇六七八四　〇五二八五四二七二
　　　　　　　　五二八五四二七二
　　　　　　　　〇〇〇〇〇〇〇〇

一千四百八十與四商之八相乘得一萬一千八百四十三因之得三萬五千五百二十為四商三長廉面積復以四商之八自乘得六十四為四商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得六百六十萬六千七百八十四為四商廉隅共法以四商之八乘之得五千二百八十五萬四千二百七十二與餘積相減恰盡是開得一千四百八十八

一　　四　八　八
三二九四六四六二七二
一
四三六　二二九四
　　　　一七四四
六二二二四　〇五五〇六四六
　　　　　　四九七七九二
六六〇六七八四　〇五二八五四二七二
　　　　　　　　五二八五四二七二
　　　　　　　　〇〇〇〇〇〇〇〇

尺為正方體積每一邊之數也此法蓋因方邊之第三位第四位二數太大故次商廉隅之共積以次商之三方廉除得次商之邊繼而以次商之邊與次商廉隅共法相乘大於原積甚多改商三次所乘之數始與次商廉隅之共積相準而後次商之數可定凡開立方遇此類者皆依此例推之如或廉隅共法與商出之數相乘得數大於廉隅共積幾

一倍者則改商必審其與廉隅共積相近小數始可為準也

設如有積一萬四千七百三十四尺開立方問每一邊數幾何

二　　　四
一四七三四
尺
一四五六〇六七三四
五八二四
〇九一〇

法列積一萬四千七百三十四尺自末位起算隔二位作記於四尺上定單位四千尺上定十位其一萬四千尺為初商積以初商本位計之則四千尺為初商積之單位而一萬四千為一十四止

二) 四)

一四七三四

八

一四五六|〇六七三四

五八二四

〇九一〇

與二自乘再乘之數相準即定初商為二書於方積四千尺之上而以二自乘再乘之八書於初商積之下相減餘六千尺爰以方邊第二位餘積七百三十四尺續書於下共六千七百三十四尺為次商廉隅之共積以次商本位計之則邊與積皆仍為本位而初商之二則為二十尺乃以初商之二十尺自乘得四百尺三因之得一千二百尺為次商

二　　四
）　　）
一四七三四
八
一四五六|〇六七三四
五八二四
〇九一〇

三方廉面積以除方積六千七百三十四尺足五尺乃以初商之二十尺與次商之五尺相乘得一百尺三因之得三百尺為次商三長廉面積復以次商之五尺自乘得二十五尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共一千五百二十五尺為次商廉隅共法以次商之五尺乘之得七千六百二十五尺大於次商廉隅之共積是次商不

(二) (四)
一四七三四
八
一四五六 〇六七三四
五八二四
〇九一〇

可商五尺也乃改商四尺書於方積四尺之上而以初商之二十尺與次商之四尺相乘得八十尺三因之得二百四十尺為次商三長廉面積復以次商之四尺自乘得一十六尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一千四百五十六尺為次商廉隅共法書於餘積之左以次商之四尺乘之得五千八百二十四尺與餘積相減仍

二　四　五

一四七三四〇〇〇

八

一四五六　〇六七三四

五八二四

一七六四二五　〇九一〇〇〇〇

八八二一二五

〇二七八七五

餘九百一十尺是開得二十四尺為方體每一邊之數仍餘九百一十尺不盡也如欲以餘數再開則得方邊之寸數乃增三空於總積之後復續書三空於九百一十尺之後為幾百幾十幾寸之位是則九百一十尺作九十一萬寸為三商廉隅之共積爰以初商次商之二十四尺作二百四十寸自乘得五萬七千六百寸三因之得一十七萬二千八

二 四 五

一四七三四〇〇〇
八
一四五六　〇六七三四
五八三四
一七六四二五　〇九一〇〇〇〇
八八三一二五
〇二七八七五

百寸為三商三方廉面積以除餘積九十一萬寸足五寸即定三商為五寸書於餘積空寸之上而以初商次商之二百四十寸與三商之五寸相乘得一千二百寸三因之得三千六百寸為三商三長廉面積復以三商之五寸自乘得二十五寸為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一十七萬六千四百二十五寸為三商廉隅共法

二　四　五　一
一四七三四〇〇〇〇〇〇
八
一四五六｜〇六七三四
五八二四
一七六四二五｜〇九一〇〇〇〇
八八二一二五
一八〇一四八五一｜〇二七八七五〇〇〇
一八〇一四八五一
〇九八六〇一四九

書於餘積之左以三商之五寸乘之得八十八萬二千一百二十五寸與餘積相減仍餘二萬七千八百七十五寸不盡如再以餘數開之則得方邊之分數乃又續書三空於原積空寸之後復續書三空於二萬七千八百七十五寸之後為幾百幾十幾分之位是則二萬七千八百七十五寸作二千七百八十七萬五千分為四商廉隅之共積爰以初

二　四　五　二
一四七三四〇〇〇〇〇〇
八
一四五六　〇六七三四
五八三四
一七六四二五　〇九一〇〇〇〇
八八二一二五
一八〇一四八五一　〇三七八七五〇〇〇
一八〇一四八五一
〇九八六〇一四九

商次商三商之二十四尺五寸作二千四百五十分自乘得六百萬零二千五百分三因之得一千八百萬零七千五百分為四商三方廉面積以除餘積二千七百八十七萬五千分足一分即定四商為一分書於餘積空分之上而以初商次商三商之二千四百五十分與四商之一分相乘仍得二千四百五十分三因之得七千三百五十分為四商

二　四　五　一

一四七三四〇〇〇〇〇〇
八
一四五六　〇六七三四
五八二四
一七六四二五　〇九一〇〇〇〇
八八二一二五
一八〇一四八五一　〇二七八七五〇〇〇
一八〇一四八五一
〇九八六〇一四九

三長廉面積復以四商之一分自乘仍得一分為四商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一千八百零一萬四千八百五十一分為四商廉隅共法書於餘積之左以四商之一分乘之仍得一千八百零一萬四千八百五十一分與餘積相減仍餘九百八十六萬零一百四十九分不盡是開得二十四尺五寸一分為方體每一邊之數也

此法原積本非自乘再乘所得之數雖遞析之終不能盡凡開立方遇此類者皆以此例推之

設如有方亭幾座用方甎鋪地共用一千七百二十八塊其所鋪之座數與每座每行之甎數相等問亭之座數幾何

一七二八	一二
一〇〇〇	一二
七二八	
三六四	
七二八	
〇	

法列方甎一千七百二十八塊爲立方積用開立方法開之於八塊上定單位一千塊上定十位其一千塊爲初商積

二〇八	八八〇		
二	二三二〇		
七	七七〇		
〇二二	〇	四	六	三

以初商本位計之則一千為初商積之單位與一自乘再乘之數相合即定初商為一書於方積一千之上而以一自乘再乘之一書於初商積之下相減恰盡爰以第二位餘積七百二十八塊續書於下為次商廉隅之共積而以初商之一作一十自乘得一百三因之得三百為次商三方廉面積以除七百二十八足二倍即定次商為二書於方積八

二八	二	〇一
八八	二	七
八八〇	二三	七
	二三〇	七七〇
		二〇

三六四

塊之上而以初商之一十與次商之二相乘得二十三因之得六十為次商三長廉面積復以次商之二自乘得四為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三百六十四書於餘積之左以次商之二乘之得七百二十八與餘積相減恰盡是得所鋪亭數為一十二座也此法因所鋪之亭數與每行甎數相等是每行甎一十二塊其亭亦

一十二座雖非立方形而法則立方法也故用立方開之

設如有方倉一座共盛糧八百七十八石八斗問倉高幾何

一　　　　三
〇　　　　〇
三　一　九　七
一
三九九｜二　二　九　七
　　　　二　二　九　七
　　　　〇　〇　〇　〇

法以每石定法二尺五百寸乘八百七十八石八斗得二千一百九十七尺為立方積用開立方法開之其二千尺為初商積以初商本位計之則二千尺為初商積之單位止與一自乘再乘之數

```
二)        三)
三   一  九  七
三 九九 | 一  二  九  七
        一  二  九  七
        ○  ○  ○  ○
```

相準即定初商為一書於方積二千之上而以一自乘再乘之一書於初商積之下相減餘一千尺爰以第二位餘積一百九十七尺續書於下共一千一百九十七尺為次商廉隅之共積而以初商之一作一十自乘得一百三因之得三百為次商三方廉面積以除一千一百九十七尺足三倍即定次商為三書於方積七尺之上而以初商之一十與

```
一　　　　三
二　一　九　七
一
三九九｜一　一　九　七
　　　　一　一　九　七
　　　　〇　〇　〇　〇
```

次商之三相乘得三十三因之得九十為次商三長廉面積復以次商之三自乘得九為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三百九十九為次商廉隅共法書於餘積之左以次商之三乘之得一千一百九十七尺與餘積相減恰盡是開得方倉之高為一十三尺也此法因糧是石法所問乃倉之尺數故先將石變為尺而開立方即

得倉之高也

設如有方石一塊重二萬六千六百二十兩問每邊尺寸幾何

法以石之定率每寸重二兩五錢除二萬六千六百二十兩得一萬零六百四十八寸為立方積用開立方法開之其一萬寸為初商積以初商本位計之則空千位為初商積之單位而一萬尺為一十與二自乘再乘之數相準即定初

二　二
一○六四八
八
一三二四　○二六四八
二六四八
○○○○

商為二書於空千寸之上而以二自乘再乘之八書於初商積之下相減餘二千寸爰以第二位餘積六百四十八寸續書於下共二千六百四十八寸為次商廉隅之共積而以初商之二作二十自乘得四百三因之得一千二百為次商三方廉面積以除二千六百四十八寸足二倍即定次商為二書於方積八寸之上而以初商之二十與次商之二

二　　二

一〇六四八

八

一三二四〇二六四八

二六四八

〇〇〇〇

相乘得四十三因之得一百二十為次商三長廉面積復以次商之二自乘得四為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一千三百二十四為次商廉隅共法書於餘積之左以次商之二乘之得二千六百四十八寸與餘積相減恰盡是開得二十二寸為正方石每一邊之數也此法因石是兩數所問乃石之寸數故先將石之兩數變

為寸而開立方即得石之寸數也

設如有水銀一萬六千三百四十四兩六錢八分欲作一方匣盛之問匣高幾何

法先以水銀定率每寸重一十二兩二錢八分除一萬六千三百四十四兩六錢八分得一千三百三十一寸為立方積用開立方法開之共一千寸為初商積以初商本位計之則一千為初商積之單位與一自乘再乘之數相合即定

初商為一書於一千寸之上而以一自乘再乘之一書於方積一千寸之下相減恰盡爰以第二位餘積三百三十一寸續書於下為次商廉隅之共積而以初商之一作一十自乘得一百三因之得三百為次商三方廉面積以除三百三十一寸足一倍即定次商為一書於方積一寸之上而以初商之一十與次商之一相乘得一十三因之得三十為

次商三長廉面積復以次商之一自乘仍得一為一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三百三十一為次商廉隅共法書於餘積之左以次商之一乘之仍得三百三十一與餘積相減恰盡是開得一十一寸為方匣之高也

設如有方池一區其深與方相等容水四千零九十六尺問深幾何

法列四千零九十六尺為立方積用開

六〇六	九	〇	〇四二
六六	九	〇	三
六六	九	〇	三
〇	〇	〇	〇

六一五

立方法開之其四千尺為初商積以初商本位計之則四千為初商積之單位與一自乘再乘之數相準即定初商為一書於四千尺之上而以一自乘再乘之一書於方積四千尺之下相減餘三千尺爰以第二位餘積九十六尺續書於下共三千零九十六尺為次商廉隅之共積而以初商之一作一十自乘得一百三因之得三百為次商三方廉面

二　　　　六
四　〇　九　六
二
五　一　六　三　〇　九　六
三　〇　九　六
〇　〇　〇　〇

積以除三千零九十六尺可得十尺若商十尺則合於初商之數再合方廉長廉小隅面積必大於次商廉隅之共積可知故商九尺八尺七尺皆仍大於次商廉隅之共積乃改商六尺書於方積六尺之上而以初商之一十與次商之六相乘得六十三因之得一百八十為次商三長廉面積復以次商之六自乘得三十六為次商一小隅面積合三方

六
一四〇九六
五一六　三〇九六
三〇九六
〇〇〇〇

廉三長廉一小隅面積共得五百一十六為次商廉隅共法書於餘積之左以次商之六乘之得三千零九十六與餘積相減恰盡是開得一十六尺為池之深也此法因池之深與方相等其所容水數即正方體積故立方開之得一邊之數即池之深也

御製數理精藴下編卷二十三

欽定四庫全書

子部

御製數理精藴下編卷二十四五

詳校官欽天監博士臣張尚鑑

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官檢討臣何思鈞

校對官教習臣倪廷梅

謄録監生臣龔貽安

繪圖監生臣周濬

御製數理精蘊下編卷二十四

體部二

帶縱較數立方

帶縱和數立方勾股法四條附

帶縱較數立方

帶縱立方者兩兩等邊長方體積也高與闊相等惟長不同者為帶一縱立方長與闊相等而皆比高多者則為帶兩縱相同之立方至於長與闊與高皆不等者則為帶兩縱不同之立方開之之法大槩與立方同祇有帶縱之異耳其帶一縱之法如以高與闊相等惟長不同為闊者則以初商為高與闊以之自乘又以初商加縱數為長以之再乘得初商積至次商以後亦有三方廉三長廉一小隅但其一方廉附

於初商積之方面者即初商數其二方廉附於初商積之長面者則帶縱也其二長廉附於初商積之方邊者即初商數其一長廉附於初商積之長邊者則帶縱也其帶兩縱相同之法如以長與闊相等皆比高多為問者則以初商加縱數為長與闊以之自乘又以初商為高以之再乘得初商積至次商以後其一方廉附於初商積之正面者則帶兩縱其二方廉附於初商積之旁面者則各帶一縱也其一長廉附於初商積之高邊者即初商數其二長廉附於初商

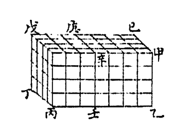
積之長闊兩邊者則各帶一縱也其帶兩縱不同之法如以闊比高多長比闊又多為問者則以初商為高又以初商加闊縱為闊與高相乘又加長縱為長以之再乘得初商積至次商以後其一方廉附於初商積之正面者則帶兩縱其二方廉附於初商積之旁面者則一帶闊縱一帶長縱也其一長廉附於初商積之高邊者即初商數其二長廉附於初商積之長闊兩邊者則各帶一縱也惟小隅則無論帶一縱兩縱皆各以所商之數自乘再乘成一小正方其每

邊之數即三方廉之厚亦即三長廉之闊與厚焉凡有幾層廉隅皆依次商之例遞析推之法雖不一要皆本於正方而後加帶縱故凡商出之數皆為小邊方體共十二邊若帶一縱或帶兩縱相同者則八邊相等四邊相等若帶兩縱不同者則每四邊各相等是故得其一邊加入縱多即得各邊也

設如帶一縱立方積一百一十二尺其高與闊相等長比高闊多三尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其積一百一

十二尺止可商四尺乃以四尺書於原積二尺之上而以所商四尺為高與闊因高與闊等故四尺即方之高與闊也加縱多三尺得七尺為長即以高與闊四尺自乘得一十六尺又以長七尺再乘得一百一十二尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高與闊俱四尺加縱多三尺得七尺即立方之長也如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積一百一十二尺其甲乙為



高甲己為闊己戊為長甲乙甲己俱四尺己戊為七尺己戊比己庚多三尺即所帶之縱甲乙壬辛庚己正方形即初商之正方積庚辛壬丙丁戊扁方形即帶縱所多之扁方積也蓋因此法高與闊俱止一位其積止一位之積故初商所得即高與闊之邊加入縱多即為長邊也凡有帶一縱無次商者依此法開之

設如帶一縱立方積二千四百四十八尺其高與闊相等長比高闊多五尺問高闊長各幾何

一〇
一〇
———
一〇〇
一〇〇
一五
———
五〇〇
一〇〇
———
一五〇〇

一　　　二
二四四八
一五〇〇
———
〇九四八
　九四八
———
　〇〇〇

法列積如開立方法商之其二千尺為初商積可商十尺乃以十尺書於原積二千尺之上而以所商十尺為初商之高與闊加縱多五尺得十五尺為初商之長即以初商之高與闊十尺自乘得一百尺又以初商之長十五尺再乘得一千五百尺書於原積之下相減餘九

二八〇　四〇　　〇
　　　　四五　二二
―――――――――
八八〇　四四〇　九九〇　〇
〇　　〇　　〇

百四十八尺為次商廉隅之共積乃以初商之高與闊十尺自乘得一百尺此一方廉初商數也又以初商之高與闊十尺與初商之長十五尺相乘得一百五十尺倍之得三百尺加倍為帶縱兩方廉即初商加縱多也兩數相併得四百尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積九百四十八尺足二尺則以二尺書於原積八尺之工而以初商之高與闊十尺倍之得二十尺

四 ○ ○
七 ○
四
四 七 四
二
九 四 八

（此兩長廉初商數也）與初商之長十五尺相併（此帯縱一長廉也）得三十五尺以次商之二尺乘之得七十尺為次商三長廉面積又以次商之二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得四百七十四尺為廉隅共法以次商之二尺乘之得九百四十八尺書於餘積之下相減恰盡是知立方之高與闊俱一十二尺加縱多五尺得一十七

尺即立方之長也如圖甲乙丙丁長方體形容積二千四百四十八尺其甲乙高甲戊闊皆十二尺甲己長十七尺甲己比庚己所多甲庚五尺即縱多之數其從一角所分辛乙癸壬長方體形壬癸與辛乙皆十尺即初商數壬辛十五尺即初商加縱多之數辛乙癸壬長方積一千五百尺即初商自乘又以初商加縱多再乘之數所餘子形丑形寅形

為三方廉其中寅形為一正方廉每邊十尺即初商數子形丑形為二長方廉每闊十尺長十五尺其長比闊多五尺即縱多之數其厚皆二尺即次商數卯形辰形巳形為三長廉其辰形巳形皆長十尺即初商數夘形比辰形巳形皆長五尺即縱多之數其闊與厚皆二尺亦即次商數其己形一小正方體為隅其長闊與高皆二尺亦即次商數合子

丑寅三方廉卯辰巳三長廉巳一小方隅共成一磬折體形附於初商長方體之三面而成甲乙丙丁之總長方體積也三商以後皆倣此遞析開之

又法以初商積二千尺商十尺書於原積二千尺之上而以所商十尺為初商之高與闊加縱多五尺得十五尺為初商之長即以初商之高與闊十尺自乘得一百尺又以初商之長十五尺再乘

一○
一○
———
○○
一○
———
一○○
一五
———
五○○
一○○
———
一五○○

得一千五百尺書於原積之下相減餘九百四十八尺為次商積乃以初商之高與闊十尺自乘得一百尺又以初商之高與闊十尺與初商之長十五尺相乘得一百五十尺倍之得三百尺兩數相併得四百尺為次商三方廉面積以除次商積九百四十八尺足二尺則以二尺書於原積八尺之上合初商次商共一十二尺為初商次商之高與闊加

縱多五尺得十七尺為初商次商之長乃以初商次商之高與闊十二尺自乘得一百四十四尺又以初商次商之長十七尺再乘得二千四百四十八尺與原積相減恰盡即知立方之高與闊俱十二尺其長為十七尺也

　一二
　一二
———
　二四
一二
———
一四四
　一七
———
一〇〇八
一四四
———
二四四八

設如帶一縱立方積一萬九千零八寸其高與闊相等長比高闊多一百二十寸問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其一萬九千

寸為初商積可商二十寸則以二十寸為高與闊加縱多一百二十寸得一百四十寸為長即以高與闊二十寸自乘得四百寸又以長一百四十寸再乘得五萬六千寸大於原積二倍有餘乃退商十寸書於原積九千寸之上而以所商十寸為初商之高與闊加縱多一百二十寸得一百三十寸為初商之長乃以初商之高與闊十寸自乘得一百寸

二八〇〇八八〇
〇〇〇〇〇〇〇
〇九三〇〇〇〇
二〇六六〇

〇〇〇〇〇
二〇〇三〇〇
二二〇〇〇
二三〇〇〇〇
二三〇〇〇

又以初商之長一百三十寸再乘得一萬三千寸書於原積之下相減餘六千零八寸為次商廉隅之共積乃以初商之高與闊十寸自乘得一百寸又以初商之高與闊十寸與初商之長一百三十寸相乘得一千三百寸倍之得二千六百寸兩數相併得二千七百寸為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積六千零八寸足二寸則以二寸書於原

二	七	○	○
	三	○	○
			四
三	○	○	四
			二
六	○	○	八

積八寸之上而以初商之高與闊十寸倍之得二十寸又與初商之長一百三十寸相併得一百五十寸以次商之二寸乘之得三百寸為次商三長廉面積又以次商之二寸自乘得四寸為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三千零四寸為廉隅共法以次商之二寸乘之得六千零八寸書於餘積之下相減恰盡是知立方之高與

闊俱十二寸加縱多一百二十寸得一百三十二寸即立方之長也此法因帶縱甚大按立方例所得初商數並加縱多所得初商積必大於原積幾倍依次漸取小數開之又至甚煩故約略其分退商之至商出之積比原積微小而後可是則帶縱立方立法之最難者也

設如帶一縱立方積二丈零四十二尺四百一十五寸其高與闊相等長比高闊多一尺二寸問高闊

長各幾何

法列積如開立方法商之其二丈為初商積可商一丈乃以一丈書於原積二丈之上而以所商一丈為初商之高與闊加縱多一尺二寸得一丈一尺二寸為初商之長即以初商之高與闊一丈自乘仍得一丈又以初商之長一丈一尺二寸再乘得一丈一百二十尺書於原積之下相減餘九百二十二尺四百

一			二			三
二二	〇一	四二	二〇	四〇	一〇	五〇
〇	九七	二八	二〇	四八	一〇	五〇
	一一	四四	一一	六六	一一	五五
	〇	〇	〇	〇	〇	〇

一十五寸為次商廉隅之共積乃以初商之高與闊一丈作一十尺自乘得一百尺又以初商之長一丈一尺二寸作一十一尺二寸與初商之高與闊一十尺相乘得一百一十二尺倍之得二百二十四尺兩數相併得三百二十四尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積九百二十二尺足二尺則以二尺書於原積二尺之上而以初商之高與

```
三二四○○
　六二四○
　　四○○
─────
三九○四○
　　　二○
─────
　○○○○○
七八○八○○
──────
七八○八○○
```

闊一十尺倍之得二十尺與初商之長一十一尺二寸相併得三十一尺二寸以次商之二尺乘之得六十二尺四十寸為次商三長廉面積又以次商之二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三百九十尺四十寸為廉隅共法以次商之二尺乘之得七百八十尺八百寸書於餘積之下相減仍餘一百四十一尺六

三五〇五〇五五〇
一〇一〇二二〇
四〇四八六六〇
二二〇二〇一一〇
四二二八四四〇
〇一九七一一〇
一二一〇

百一十五寸即一十四萬一千六百一十五寸為三商廉隅之共積其初商次商所得之一丈二尺為高與闊加縱多一尺二寸得一丈三尺二寸為長乃以初商次商之高與闊一丈二尺作一百二十寸自乘得一萬四千四百寸又以初商次商之長一丈三尺二寸作一百三十二寸與初商次商之高與闊一百二十寸相乘得一萬五千八百四十寸

四六〇八〇
一一一六九
——————
四七二〇五
三
——————
一四一六一五

倍之得三萬一千六百八十寸兩數相併得四萬六千零八十寸為三商三方廉面積以除三商廉隅之共積一十四萬一千六百一十五寸足三寸則以三寸書於原積五寸之上而以初商次商之高與闊一百二十寸倍之得二百四十寸與長一百三十二寸相併得三百七十二寸以三商之三寸乘之得一千一百一十六寸為三商三長廉面積又

四六○八○
一一一六
　　　　九

四七二○五
　　　　三

一四一六一五

以三商之三寸自乘得九寸為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得四萬七千二百零五寸為廉隅共法以三商之三寸乘之得一十四萬一千六百一十五寸書於餘積之下相減恰盡是知立方之高與闊俱一丈二尺三寸加縱多一尺二寸俱一丈三尺五寸即立方之長也

又法以初商積二丈商一丈書於原積

二丈之上而以所商一丈為初商之高與闊加縱多一尺二寸得一丈一尺二寸為初商之長即以初商之高與闊一丈自乘仍得一丈又以初商之長一丈一尺二寸再乘得一丈一百二十尺書於原積之下相減餘九百二十二尺四百一十五寸為次商積乃以初商之高與闊一丈作一十尺自乘得一百尺又以初商之長一丈一尺二寸作一十一

一			二			三
二一	〇一	四二	二〇	四〇	一〇	五〇
〇一	九九	二〇	二〇	四八	一〇	五〇
〇二	一〇	四四	一二	六四	一一	五五
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

尺二寸與初商之高與闊一十尺相乘得一百一十二尺倍之得二百二十四尺兩數相併得三百二十四尺為次商三方廉面積以除次商積九百二十二尺四百一十五寸足二尺則以二尺書於原積二尺之上合初商次商共一丈二尺為初商次商之高與闊加縱多一尺二寸得一丈三尺二寸為初商次商之長乃以初商次商之高與闊一丈二

一二〇
一二〇
〇〇〇
二四〇
一二〇
一四四〇〇
一三二
二八八〇〇
四三二〇〇
一四四〇〇
一九〇〇八〇〇

尺自乘得一丈四十四尺又以初商次商之長一丈三尺二寸再乘得一丈九百尺零八百寸與原積相減餘一百四十一尺六百一十五寸即一十四萬一千六百一十五寸為三商積乃以初商次商之高與闊一丈二尺作一百二十寸自乘得一萬四千四百寸又以初商次商之長一丈三尺二寸作一百三十二寸與初商次商之高與闊一百二十

（一）二二	〇一	四二	（二）二〇	四〇	一〇	（三）五〇
〇一	九九	二〇	二〇	四八	一〇	五〇
〇二	一〇	四四	一二	六四	一一	五五
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

寸相乘得一萬五千八百四十寸倍之得三萬一千六百八十寸兩數相併得四萬六千零八十寸為三商三方廉面積以除三商積一十四萬一千六百一十五寸足三寸則以三寸書於原積五寸之上合初商次商三商共一丈二尺三寸為初商次商三商之高與闊加縱多一尺二寸得一丈三尺五寸為初商次商三商之長乃以初商次商三商之

一二三
三六九
二四六
一二三
一五一二九
一三五
七五六四五
四五三八七
一五一二九
二〇四二四一五

高與闊一丈二尺三寸自乘得一丈五十一尺二十九寸又以初商次商三商之長一丈三尺五寸再乘得二丈零四十二尺四百一十五寸與原積相減恰盡即知立方之高與闊俱一丈二尺三寸其長為一丈三尺五寸也

設如帶兩縱相同立方積五百六十七尺其長與闊俱比高多二尺問長闊高各幾何

法列積如開立方法商之共積五百六

七
七七〇
六六〇
五五〇

十七尺可商八尺因留兩縱積故取略小之數商七尺乃以七尺書於原積七尺之上而以所商七尺為高加縱多二尺得九尺為長與闊即以長與闊九尺自乘得八十一尺又以高七尺再乘得五百六十七尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高為七尺加縱多二尺得九尺即立方之長與闊也如圖甲乙丙丁戊己扁方體形容積五百六十七

尺其甲乙為高甲子為闊甲己為長甲乙七尺甲子甲己皆比甲乙多二尺即所帶之縱其甲乙癸壬辛庚正方形即初商之積庚辛壬癸丙丁戊己磬折體形即所帶之縱積也此法因長闊俱比高多故初商所得為高於高加縱多即長與闊也

設如帶兩縱相同立方積三千四百六十八尺其長與闊俱比高多五尺問長闊高各幾何

一〇三三	四二	六五	二〇八〇
一一	三三	一一	八八
〇	〇	〇	〇

法列積如開立方法商之其三千尺為初商積可商十尺乃以十尺書於原積三千尺之上而以初商十尺為初商之高加縱多五尺得十五尺為初商之長與闊即以初商之長與闊十五尺自乘得二百二十五尺又以初商之高十尺再乘得二千二百五十尺書於原積之下相減餘一千二百一十八尺為次商廉隅之共積乃以初商之長與闊十五

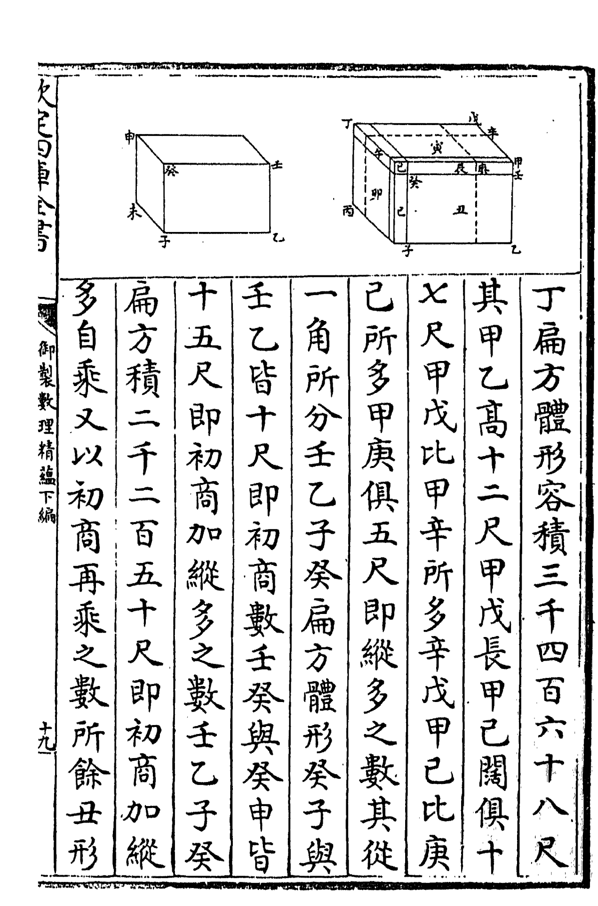
		二	五五
	七	五	
	一	五	
二	二	五〇	
〇	〇	〇	
二	二	五	
二	二	五	〇

尺自乘得二百二十五尺此一方廉長闊皆帶一縱也又以初商之高十尺與初商之長與闊十五尺相乘得一百五十尺倍之得三百尺加倍為帶縱兩方廉即初商加縱多也兩數相併得五百二十五尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積一千二百一十八尺足二尺則以二尺書於原積八尺之上而以初商之長與闊十五尺倍之得三十尺此兩長廉即長闊各帶一縱也與初商之高

一　　　二
三四六八
三二五〇
一二一八
一二一八
〇〇〇〇

五二五
　八〇
　　四
六〇九
　　二
一二一八

十尺相併此一長廉初商數也得四十尺以次商之二尺乘之得八十尺為次商三長廉面積又以次商之二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得六百零九尺為廉隅共法以次商之二尺乘之得一千二百一十八尺書於餘積之下相減恰盡是知立方之高為十二尺加縱多五尺得十七尺為立方之長與闊也如圖甲乙丙



丁扁方體形容積三千四百六十八尺其甲乙高十二尺甲戊長甲己闊俱十七尺甲戊比甲辛所多辛戊甲己比庚己所多甲庚俱五尺即縱多之數其從一角所分壬乙子癸扁方體形癸子與壬乙皆十尺即初商數壬癸與癸申皆十五尺即初商加縱多之數壬乙子癸扁方積二千二百五十尺即初商加縱多自乘又以初商再乘之數所餘丑形

寅形夘形為三方廉其中寅形為一正方廉每邊十五尺即初商加縱多之數
丑形夘形為二長方廉每高十尺長十五尺其長比高多五尺即縱多之數其厚皆二尺即次商數辰形巳形午形為三長廉巳形長十尺即初商數辰形午形比巳形俱長五尺即縱多之數其闊與厚皆一尺亦即次商數其巳形一小正方體為隅其長闊高皆二尺亦即次

商數合丑寅卯三方廉辰巳午三長廉巳一小方隅共成一磬折體形附於初商長方體之三面而成甲乙丙丁之總扁方體積也三商以後皆倣此遞析開之

又法以初商積三千尺商十尺書於原積三千尺之上而以所商十尺為初商之高加縱多五尺得十五尺為初商之長與闊即以初商之長與闊十五尺自

乘得二百二十五尺又以初商之高十尺再乘得二千二百五十尺書於原積之下相減餘一千二百一十八尺為次商積乃以初商之長與闊十五尺自乘得二百二十五尺又以初商之高十尺與初商之長與闊十五尺相乘得一百五十尺倍之得三百尺兩數相併得五百二十五尺為次商三方廉面積以除次商積一千二百一十八尺足二尺則

```
  一七
  一七
──────
 一一九
 一七
──────
 二八九
  一二
──────
 五七八
二八九
──────
三四六八
```

以二尺書於原積八尺之上合初商次商共十二尺為初商次商之高加縱多五尺得十七尺為初商次商之長與闊乃以初商次商之長與闊十七尺自乘得二百八十九尺又以初商次商之高十二尺再乘得三千四百六十八尺與原積相減恰盡即知立方之高為十二尺其長與闊得十七尺也

設如帶兩縱相同立方積一百零三萬四千二百八

十九寸其長與闊俱比高多三百三十寸問長闊高各幾何

九
一〇三四二八九
一〇三四二八九
〇〇〇〇〇〇〇

法列積如開立方法商之其一百萬寸為初商積可商一百寸乃以所商一百寸為高加縱多三百三十寸得四百三十寸為長與闊即以長與闊四百三十寸自乘得一十八萬四千九百寸又以高一百寸再乘得一千八百四十九萬寸大於原積十倍有餘是初商不可商

九　三　三
九　三　三
一　五　〇　三
七　一　〇　一
七　一　〇　一
一　二　九　四　一　一
九
九　八　二　四　三　〇　一

一百寸也乃改商十寸為高（既大於原積十倍有餘故取十分之一商之為十寸）加縱多三百三十寸得三百四十寸為長與闊即以長與闊三百四十寸自乘得一十一萬五千六百寸又以高十寸再乘得一百一十五萬六千寸仍大於原積是亦不可商一十寸也乃改商九寸書於原積九寸之上而以所商九寸為高加縱多三百三十寸得三百三十九寸為長與闊即以長

```
        三三九
        三三九
       ———————
       三〇五一
      一〇一七
     一〇一七
    ——————————
    一一四九二一
             九
  ————————————
  一〇三四二八九
```

與闊三百三十九寸自乘得一十一萬四千九百二十一寸又以高九寸再乘得一百零三萬四千二百八十九寸書於原積之下相減恰盡是知立方之高為九寸加縱多三百三十寸得三百三十九寸為立方之長與闊也

設如帶兩縱相同立方積一十一丈五百零九尺二百六十八寸其長與闊俱比高多二尺一寸問長闊高各幾何

法列積如開立方法商之其一十一丈為初商積可商二丈乃以二丈書於原積一丈之上而以所商二丈為初商之高加縱多二尺一寸得二丈二尺一寸為初商之長與闊乃以初商之長與闊二丈二尺一寸自乘得四丈八十八尺四十一寸又以初商之高二丈再乘得九丈七百六十八尺二百寸書於原積之下相減餘一丈七百四十一尺零六

	二			一			二
一	一	五	〇	九	二	六	八
	九	七	六	八	三	〇	〇
〇	二	七	四	一	〇	六	八
	一	四	三	七	六	一	〇
	〇	三	〇	三	四	五	八
		三	〇	三	四	五	八
		〇	〇	〇	〇	〇	〇

十八寸即一千七百四十一尺零六十八寸為次商廉隅之共積乃以初商之長與闊二丈二尺一寸作二十二尺一寸自乘得四百八十八尺四十一寸又以初商之高二丈作二十尺與初商之長與闊二十二尺一寸相乘得四百四十二尺倍之得八百八十四尺兩數相併得一千三百七十二尺四十一寸為次商三方廉面積以除次商廉隅之共

一三七二四一
六四二〇
一〇〇

一四三七六一
二〇

〇〇〇〇〇〇
一四三七六一

一四三七六一〇

積一千七百四十一尺零六十八寸足一尺則以一尺書於原積九尺之上而以初商之長與闊二十二尺一寸倍之得四十四尺二寸與初商之高二十尺相併得六十四尺二寸以次商之一尺乘之得六十四尺二十寸為次商三長廉面積又以次商之一尺自乘仍得一尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一千四百三十七

	二〇			一〇			二〇
一	一	五	〇	九	二	六	八
	九	七	六	八	三	〇	〇
〇	一	七	四	一	〇	六	八
	一	四	三	七	六	一	〇
	〇	三	〇	三	四	五	八
		三	〇	三	四	五	八
		〇	〇	〇	〇	〇	〇

尺六十一寸為廉隅共法以次商之一尺乘之得一千四百三十七尺六百一十寸書於餘積之下相減仍餘三百零三尺四百五十八寸即三十萬三千四百五十八寸為三商廉隅之共積其初商次商所得之二丈一尺為高加縱多二尺一寸得二丈三尺一寸為長與闊乃以初商次商之長與闊二丈三尺一寸作二百三十一寸自乘得五萬三千

一五○三八一
　　一三四四
　　　　　四

一五一七二九
　　　　　二

三○三四五八

三百六十十一寸又以初商次商之高二丈一尺作二百一十寸與初商次商之長與闊二百三十一寸相乘得四萬八千五百一十寸倍之得九萬七千零二十寸兩數相併得一十五萬零三百八十一寸為三商三方廉面積以除三商廉隅之共積三十萬零三千四百五十八寸足二寸則以二寸書於原積八寸之上而以初商次商之長與闊二百三

（二）　　（二）　　（二）
一 一九 五七 〇六 九八 二三 六〇 八〇
〇 一一 七四 四三 一七 〇六 六一 八〇
〇 三三 〇〇 三三 四四 五五 八八
〇 〇 〇 〇 〇 〇

一 五 〇 三三 八四 一四四
一 五 一 七 二 九二
三 〇 三 四 五 八

十一寸倍之得四百六十二寸與初商次商之髙二百一十寸相加得六百七十二寸以三商之二寸乘之得一千三百四十四寸為三商三長廉面積又以三商之二寸自乘得四寸為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一十五萬一千七百二十九寸為廉隅共法以三商之二寸乘之得三十萬三千四百五十八寸書於餘積之下

相減恰盡是知立方之高得二丈一尺二寸加縱多二尺一寸得二丈三尺三寸即立方之長與闊也

四)
一·九二
一九三
○○○

設如帶兩縱不同立方積一百九十二尺其闊比高多二尺其長比闊又多二尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其積一百九十二尺可商五尺乃以所商五尺為高加闊比高多二尺得七尺為闊再加長比闊多二尺得九尺為長即以高五尺

四〇三
九九〇
二〇

六四三
三四八
一九三

與闊七尺相乘得三十五尺又以長九尺再乘得三百一十五尺大於原積乃改商四尺書於原積二尺之上而以所商四尺為高加闊比高多二尺得六尺為闊再加長比闊多二尺得八尺為長即以高四尺與闊六尺相乘得二十四尺又以長八尺再乘得一百九十二尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高為四尺其闊為六尺其長為八尺也

如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積一百九十二尺其甲乙為高四尺甲己為闊六尺己戊為長八尺甲己比甲庚所多庚己二尺即闊比高所帶之縱己戊比己辛所多辛戊四尺即長比高所帶之縱甲乙子癸壬庚正方形即初商之正方積庚壬癸子丙丁戊辛己磬折體形即長闊兩縱所多之長方積也此法因長比闊多闊又比高多故初商所得

即為高於高加闊縱為闊於闊加長縱為長也

設如帶兩縱不同立方積三千零二十四尺其闊比高多二尺其長比闊又多四尺問高闊長各幾何

二）四〇　四四　〇
二三　〇〇　〇
〇九　二一　〇
一）三一　二一　〇

法列積如開立方法商之其三千尺為初商積可商十尺乃以十尺書於原積三千尺之上而以所商十尺為初商之高加闊比高多二尺得十二尺為初商之闊再加長比闊多四尺得十六尺為

一〇
一二
———
一二〇
一六
———
七二〇
一二〇
———
一九二〇

初商之長乃以初商之高十尺與初商之闊十二尺相乘得一百二十尺又以初商之長十六尺再乘得一千九百二十尺書於原積之下相減餘一千一百零四尺為次商廉隅之共積乃以初商之高十尺與初商之闊十二尺相乘得一百二十尺此帶闊縱一方廉也又以初商之高十尺與初商之長十六尺相乘得一百六十尺此帶長縱一方廉也又以初商之闊十二

二〇四〇　四四　〇
二三　〇〇　〇
〇九　二二　〇
一〇三一　二二　〇

尺與初商之長十六尺相乘得一百九十二尺（此帶長闊兩縱一方廉也）三數相併得四百七十二尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積一千一百零四尺足二尺則以二尺書於原積四尺之上而以初商之高十尺（此一長廉初商數也）與初商之闊十二尺相併（此帶闊縱一長廉也）得二十二尺又與初商之長十六尺相併（此帶長縱一長廉也）得三十八尺以次商之二尺乘之得七十

二六四二三四
七七五〇
四五一
一

六尺為次商三長廉面積又以次商之二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得五百五十二尺為廉隅共法以次商之二尺乘之得一千一百零四尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高得十二尺加闊比高多二尺得十四尺為闊又加長比闊多四尺得十八尺為長也如圖甲乙丙丁長方體形容積三千零二

十四尺其甲乙高十二尺甲戊闊十四尺甲己長十八尺甲戊比甲庚所多二尺即闊比高所多之數甲己比辛己所多六尺即長比高所多之數其從一角所分壬乙子癸長方體形壬乙與癸子皆十尺即初商之數壬未與癸申皆十二尺即初商之高加闊多之數壬癸與未申皆十六尺即初商之高加闊多又加長多之數壬乙子癸長方體形所容

一千九百二十尺即初商積所餘丑形寅形卯形為三方廉其卯形之高十尺即初商之數其帶闊縱二尺如酉即闊多之數其丑形之高十尺亦即初商之數其帶長縱六尺如戌即長多之數其寅形之闊十尺又帶闊多二尺如亥即初商之高加闊多之數其帶長縱六尺如乾即初商之高加闊多又加長多之數其厚皆二尺即次商之數辰形巳形

丁 己 巽 坎 乾 甲 已 午 艮 酉 卯 丙 辰 丑 戊 乙

午形為三長廉其辰形之長十尺即初商之數巳形比辰形所多二尺如坎即闊多之數其午形比辰形所多六尺如艮即長多之數其闊與厚皆二尺亦即次商之數其巳形一小正方體為隅其長闊與高俱二尺亦即次商之數合三方廉三長廉一小隅共成一磬折體形附於初商長方體之三面而成甲乙丙丁之總長方體積也三商以後皆倣此

一　　　二
三　○　二　四
一　九　三　○
———
一　一　○　四
三　○　二　四
———
○　○　○　○

二　二
　　○
———
○　○
一　二
———
一　二　○
　　二　六
———
七　二　○
一　二　○
———
一　九　二　○

遞析開之

又法以初商積三千尺書於原積三千尺之上而以所商十尺為初商之高加闊比高多二尺得十二尺為初商之闊再加長比闊多四尺得十六尺為初商之長即以初商之高十尺與初商之闊十二尺相乘得一百二十尺又以初商之長十六尺再乘得一千九百二十尺書於原積之下相減餘一千一

二)四〇
四四
〇

二三
〇二
〇

〇九
一〇
〇

一)三一
一三
〇

百零四尺為次商積乃以初商之闊十二尺與初商之長十六尺相乘得一百九十二尺又以初商之高十尺與初商之闊十二尺相乘得一百二十尺又以初商之高十尺與初商之長十六尺相乘得一百六十尺三數相併得四百七十二尺為次商三方廉面積以除次商積一千一百零四尺足二尺則以二尺書於原積四尺之上合初商次商共十

二 四二八
二二四
一 一 六二 八八四 四
一一三 三六〇 四八二 四

二尺為初商次商之高加闊比高多二尺得十四尺為初商次商之闊再加長比闊多四尺得十八尺為初商次商之長乃以初商次商之高十二尺與初商次商之闊十四尺相乘得一百六十八尺又以初商次商之長十八尺再乘得三千零二十四尺與原積相減恰盡即知立方之高為十二尺其闊為十四尺其長為十八尺也

設如帶兩縱不同立方積三十萬零一百六十寸其闊比高多九十二寸其長比高多一百一十四寸問高闊長各幾何

二　〇
三〇〇一六〇
三〇〇一六〇
〇〇〇〇〇〇

法列積如開立方法商之其三十萬寸為初商積可商六十寸乃以所商六十寸為高加闊比高多九十二寸得一百五十二寸為闊再加長比高多一百一十四寸得一百七十四寸為長即以高六十寸與闊一百五十二寸相乘得九

一　三　二〇

〇　〇　〇
二　三　四

三　三　四〇
　　一　四四

八　九　六〇
六七　二　〇
二　三四　〇

三　〇　〇　一　六　〇

千一百二十寸又以長一百七十四寸再乘得一百五十八萬六千八百八十寸大於原積五倍有餘是初商不可商六十寸也乃改商二十寸書於原積空千寸之上而以所商二十寸為高加闊比高多九十二寸得一百一十二寸為闊又以高二十寸加長比高多一百一十四寸得一百三十四寸為長乃以高二十寸與闊一百一十二寸相乘得二

千二百四十寸又以長一百三十四寸再乘得三十萬零一百六十寸書於原積之下相減恰盡是知次商為空位而立方之高為二十寸其闊為一百一十二寸其長為一百三十四寸也

設如帶兩縱不同立方積一萬三千二百八十四寸其闊比高多三寸其長比闊多一百一十一寸問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其一萬三千

				九
一	三	二	八	四
一	三	二	八	四
〇	〇	〇	〇	〇

寸為初商積可商二十寸乃以所商二十寸為高加闊比高多三寸得二十三寸為闊再加長比闊多一百一十一寸得一百三十四寸為長即以高與闊與長按法相乘得六萬一千六百四十寸大於原積四倍有餘是初商不可商二十寸也乃退商十寸而以所商十寸為高加闊比高多三寸得十三寸為闊再加長比闊多一百一十一寸得一百二

　　　　九
一三二八四
一三二八四
〇〇〇〇〇

　　　一二
　　　　九
　　一〇八
　　一二三
　　三二四
　　二一六
　一〇八
一三二八四

十四寸為長即以高與闊與長按法相乘得一萬六千一百二十寸仍大於原積乃復退商九寸書於原積四寸之上而以所商九寸為高加闊比高多三寸得十二寸為闊再加長比闊多一百一十一寸共一百二十三寸為長即以高九寸與闊十二寸相乘得一百零八寸又以長一百二十三寸再乘得一萬三千二百八十四寸書於原積之下相減

恰盡是知立方之高為九寸其闊為十二寸其長為一百二十三寸也

設如帶兩縱不同立方積一十三丈二百四十九尺五百四十五寸其闊比高多一尺其長比闊又多二尺二寸問高闊長幾何

	二			二			三
一	三	二	四	九	五	四	五
、	九	七	四	四	〇	〇	〇
〇	三	五	〇	五	五	四	五
	三	〇	〇	七	二	〇	〇
	〇	四	九	八	三	四	五
		四	九	八	三	四	五
		〇	〇	〇	〇	〇	〇

法列積如開立方法商之其一十三丈為初商積可商二丈乃以二丈書於原積三丈之上而以所商二丈為初商之高加闊比高多一尺得二丈一尺為初

三　五〇　五〇　五五　〇
四〇　四〇　四四　〇
五〇　五二　三三　〇
二　九四　五七　八八　〇
四四　〇〇　九九　〇
二七　五〇　四四　〇
二　三九　三三　〇
一　〇

商之闊再加長比闊多二尺二寸得二丈三尺二寸為初商之長即以初商之高二丈與初商之闊二丈一尺相乘得四丈二十尺又以初商之長二丈三尺二寸再乘得九丈七百四十四尺書於原積之下相減餘三丈五百零五尺五百四十五寸即三千五百零五尺五百四十五寸為次商廉隅之共積乃以初商之高二丈作二十尺初商之闊二丈

二一〇
二〇〇
〇〇〇
〇〇〇
四二〇
四二〇〇〇
二三二
八四〇〇〇
一二六〇〇〇
八四〇〇〇
九七四四〇〇〇

一尺作二十一尺相乘得四百二十尺又以初商之長二丈三尺二寸作二十三尺二寸與初商之高二十尺相乘得四百六十四尺又以初商之闊二十一尺與初商之長二十三尺二寸相乘得四百八十七尺二十寸三數相併得一千三百七十一尺二十寸為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積三千五百零五尺五百四十五寸足二尺則以

	二			二			三
一	三九	二七	四四	九四	五〇	四〇	五〇
〇	三三	五〇	〇〇	五七	五二	四〇	五〇
	〇	四四	九九	八八	三三	四四	五五
		〇	〇	〇	〇	〇	〇

二尺書於原積九尺之上而以初商之高二十尺與初商之闊二十一尺初商之長二十三尺二寸相併得六十四尺二寸以次商之二尺乘之得一百二十八尺四十寸為次商三長廉面積又以次商之二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一千五百零三尺六十寸為廉隅共法以次商之二尺乘之得三千零七

一三七一二〇
一二八四〇
四〇〇
———
一五〇三六〇
二〇
———
〇〇〇〇〇〇
三〇〇七二〇
———
三〇〇七二〇〇

尺二百寸書於餘積之下相減仍餘四百九十八尺三百四十五寸即四十九萬八千三百四十五寸為三商廉隅之共積其初商次商所得之二丈二尺為高加闊比高多一尺得二丈三尺為闊又加長比闊多二尺二寸得二丈五尺二寸為長乃以初商次商之高二丈二尺作二百二十寸初商次商之闊二丈三尺作二百三十寸相乘得五萬零六

	二			二			三
一	三九	二七	四四	九四	五〇	四〇	五〇
〇	三三	五〇	〇〇	五七	五二	四〇	五〇
	〇	四四	九九	八八	三三	四四	五五
		〇	〇	〇	〇	〇	〇

百寸又以初商次商之長二丈五尺二寸作二百五十二寸與初商次商之高二百二十寸相乘得五萬五千四百四十寸又以初商次商之闊二百三十寸與初商次商之長二百五十二寸相乘得五萬七千九百六十寸三數相併得一十六萬四千寸為三商三方廉面積以除三商廉隅之共積四十九萬八千三百四十五寸足三寸則以三寸書於

一	六	四	○	○	○
		二	一	○	六九
一	六	六	一	一	五三
四	九	八	三	四	五

原積五寸之上而以初商次商之高二百二十寸與初商次商之闊二百三十寸初商次商之長二百五十二寸相併得七百零二寸以三商之三寸乘之得二千一百零六寸為三商三長廉面積又以三商之三寸自乘得九寸為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一十六萬六千一百一十五寸為廉隅共法以三商之三寸乘之得

四十九萬八千三百四十五寸書於餘積之下相減恰盡是知立方之高得二丈二尺三寸加闊比高多一尺得二丈三尺三寸為闊又加長比闊多二尺二寸得二丈五尺五寸為長也

	二〇			二〇			三〇
一	三九	二七	四四	九四	五〇	四〇	五〇
〇	三三	五〇	〇〇	五七	五二	四〇	五〇
	〇	四四	九九	八八	三三	四四	五五
		〇	〇	〇	〇	〇	〇

設如帶兩縱不同立方積一百三十二萬八千二百五十尺其闊比高多五尺其長比闊又多五尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其一百萬尺

為初商積可商一百尺乃以一百尺書於原積一百萬尺之上而以所商之一百尺為初商之高加闊比高多五尺得一百零五尺為初商之闊再加長比闊多五尺得一百一十尺為初商之長乃以初商之高一百尺與初商之闊一百零五尺相乘得一萬零五百尺又以初商之長一百一十尺再乘得一百一十五萬五千尺書於原積之下相減餘一

一			○			五
二	三	二	八	二	五	○
一	一	五	五	○	○	○
○	一	七	三	二	五	○
	一	七	三	二	五	○
	○	○	○	○	○	○

十七萬三千二百五十尺為次商廉隅之共積乃以初商之高一百尺與初商之闊一百零五尺相乘得一萬零五百尺又以初商之高一百尺與初商之長一百一十尺相乘得一萬一千尺又以初商之闊一百零五尺與初商之長一百一十尺相乘得一萬一千五百五十尺三數相併得三萬三千零五十尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共

三三○五○
　一五七五
　　　二五

三四六五○
　　　　五

一七三二五○

積一十七萬三千二百五十尺不足一十尺僅足五尺是次商為空位也乃書一空於原積八千尺之上以存次商之位復以所商五尺書於原積空尺之上而以初商次商之高一百尺與初商次商之闊一百零五尺初商次商之長一百一十尺相併得三百一十五尺以三商之五尺乘之得一千五百七十五尺為三商三長廉面積又以三商五尺自

乘得二十五尺為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三萬四千六百五十尺為廉隅共法以三商之五尺乘之得一十七萬三千二百五十尺書於餘積之下相減恰盡是知立方之高為一百零五尺加闊比高多五尺得一百一十尺為闊又加長比闊多五尺得一百一十五尺為長也

三三〇五〇
　一五七五
　　　二五
———————
三四六五〇
　　　　五
———————
一七三二五〇

設如一尺土方三萬九千六百八十八尺築堤一段

其高與闊相等其長比高闊多六十尺問高闊長各幾何

二〇八〇	八〇	六〇	二〇九二
			三三〇
八八	八八	六六	七七
〇	〇	〇	〇

法列積用帶一縱立方法開之其三萬九千尺為初商積可商三十尺乃以所商三十尺為高與闊加縱多六十尺得九十尺為長即以高與闊三十尺自乘得九百尺又以長九十尺再乘得八萬一千尺大於原積乃改商二十尺書於原積九千尺之上而以所商二十尺為

初商之高與闊加縱多六十尺得八十尺為初商之長即以初商之高與闊二十尺自乘得四百尺又以初商之長八十尺再乘得三萬二千尺書於原積之下相減餘七千六百八十八尺為次商廉隅之共積乃以初商之高與闊二十尺自乘得四百尺又以初商之長八十尺與初商之高與闊二十尺相乘得一千六百尺倍之得三千二百尺兩數相

〇〇四 〇四 六二 三

四二 四 八 三

八 八 六 七

併得三千六百尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積七千六百八十八尺足二尺則以二尺書於原積八尺之上而以初商之高與闊二十尺倍之得四十尺與初商之長八十尺相併得一百二十尺以次商之二尺乘之得二百四十尺為次商三長廉面積又以次商之二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共

三	六二	○四	○○四
三	八	四	四二
七	六	八	八

得三千八百四十四尺為廉隅共法以次商之二尺乘之得七千六百八十八尺書於餘積之下相減恰盡是知堤之高與闊俱二十二尺加長比高闊多六十尺得八十二尺為堤一段之長也

設如有倉一座容米二千四百石其倉之長與闊俱比高多五尺問倉之長闊高各幾何

法將米二千四百石用每石定法二尺五百寸乘之得六千尺乃以六千尺為

五
一六二二五〇〇〇
三三七五〇〇〇
三三七五〇〇〇
〇〇〇〇

五五
二五五
七五
一五
二二五〇
二二〇〇
〇〇五〇
二二五
三三五〇

帶兩縱相同立方積用帶兩縱相同法開之其六千尺為初商積可商十尺乃以十尺書於原積六千尺之上而以所商十尺為初商之高加縱多五尺得十五尺為初商之長與闊乃以初商之長與闊十五尺自乘得二百二十五尺又以初商之高十尺再乘得二千二百五十尺書於原積之下相減餘三千七百五十尺為次商廉隅之共積乃以初商

（一）六 〇 〇 五〇
二 二 五 〇
三 七 五 〇
三 七 五 〇
〇 〇 〇 〇

之長與闊十五尺自乘得二百二十五尺又以初商之高十尺與初商之長與闊十五尺相乘得一百五十尺倍之得三百尺兩數相併得五百二十五尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積三千七百五十尺足七尺乃按法算之得廉隅共法八百五十四尺以次商之七尺乘之得五千九百七十八尺大於次商廉隅之共積乃改商六尺按法

五二　二　五
　　　〇　〇
　　　二　五

七　五　〇
　　　　五

三　七　五　〇

算之得廉隅共法八百零一尺以次商之六尺乘之仍大於次商廉隅之共積又改商五尺書於原積空尺之上而以初商之長與闊十五尺倍之得三十尺與初商之高十尺相併得四十尺以次商之五尺乘之得二百尺為次商三長廉面積又以次商之五尺自乘得二十五尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得七百五十尺為

廉隅共法以次商之五尺乘之得三千七百五十尺書於餘積之下相減恰盡是知倉之高為一十五尺加縱多五尺得二十尺為倉之長與闊也

	五	二	五
	二	〇	〇
		二	五
	七	五	〇
			五
三	七	五	〇

設如挑河一段但知挑出土方七萬六千一百四十尺其寬比深多三尺其長比寬多二百六十四尺問寬長深各幾何

法列積用帶兩縱不同立方法開之其七萬六千尺為初商積可商四十尺因

五〇
四一三〇〇
一〇二一〇
六六〇〇〇
七三四四〇

長縱甚多故取小數商二十尺為深加寬比深多三尺得二十三尺為寬再加長比寬多二百六十四尺得二百八十七尺為長以三數相乘得十萬三千二百零二十尺大於原積乃改商十尺書於原積六千尺之上而以所商十尺為初商之深加寬比深多三尺得十三尺為初商之寬再加長比寬多二百六十四尺得二百七十七尺為初商之長乃

以初商之深十尺與初商之寬十三尺相乘得一百三十尺又以初商之長二百七十七尺再乘得三萬六千零十尺書於原積之下相減餘四萬零一百三十尺為次商廉隅之共積乃以初商之深十尺與初商之寬十三尺相乘得一百三十尺又以初商之寬十三尺與初商之長二百七十七尺相乘得三千六百零一尺又以初商之深十尺與初商

	六	五	〇	一
	一	五	〇	〇
			二	五
	八	〇	二	六
				五
四	〇	一	三	〇

之長二百七十七尺相乘得二千七百七十尺三數相併得六千五百零一尺為次商三方廉面積以除次商廉隅之共積四萬零一百三十尺足五尺則以五尺書於原積空尺之上而以初商之深十尺與初商之寬十三尺初商之長二百七十七尺相併得三百尺以次商之五尺乘之得一千五百尺為次商三長廉面積又以次商之五尺自乘得二

一　　　五

七六一四〇
三六〇一〇

四〇一三〇
四〇一三〇

〇〇〇〇〇

六五〇一
一五〇〇
　　二五

八〇二六
　　　五

四〇一三〇

十五尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得八千零二十六尺為廉隅共法以次商之五尺乘之得四萬零一百三十尺書於餘積之下相減恰盡是知挑河之深為十五尺加寬比深多三尺得十八尺為寬再加長比寬多二百六十四尺得二百八十二尺為河一段之長也

帶縱和數立方

帶縱較數立方其法已難而帶縱和數立方立法尤難故古無傳而以理推之則法有與較數相對待者其帶一縱立方高與闊相等惟長不同如以長與高和或長與闊和為闊者則以初商為高與闊而與和數相減餘為長乃以高與闊自乘以長再乘為初商積其或和數甚多而積甚少按立方法商之必至大於原積者則以和數除原積得數約開平方可得幾數取略大數以定初商初商減積有餘實者其初商

方積外有二方廉一長廉成兩面磬折體形而初商之高與闊少一次商初商之長多一次商故內少一方廉積商除之法則以初商之高與闊與初商之長相乘倍之為二方廉面積視餘實足方廉面積幾倍取略大數以定次商而以初商自乘次商再乘得一方廉積與餘實相加始足次商二方廉一長廉之共積故以次商與初商之長相減餘為初商次商之共長與初商相乘倍之為二方廉面積又以初商次商之共長與次商相乘為一長廉面積合二方廉一長

廉面積以次商乘之為二方廉一長廉之共積所謂初商方積外成兩面磬折體形是也其帶兩縱相同立方長與闊相等惟高不同如以高與闊和或高與長和為問者則以初商為高與和數相減餘為長與闊乃以長與闊自乘以高再乘為初商積其或和數甚多而積甚少按立方法商之必至大於原積者則以和數自乘除原積約足幾倍取略大數以定初商初商減積有餘實者初商方積外止一方廉成一扁方體形而初商之高少一次商初商之長與闊各多

一次商故內少二方廉一長廉積商除之法則以初商之長與闊自乘為一方廉面積視餘實足方廉面積幾倍取略大數以定次商以次商與初商之長與闊相減餘為初商次商之長與闊而與初商相乘次商再乘倍之為二方廉積又以次商自乘初商再乘為一長廉積合二方廉一長廉積與餘實相加始足次商一方廉積故以初商次商之長與闊自乘次商再乘為一方廉積所謂初商方積外成一扁方體形是也其帶兩縱不同立方與帶兩縱相同立方同但

帶兩縱相同者其次商積為一正方廉帶兩縱不同者其次商積為一長方廉耳要之定商皆以小於半和為凖有時退商而反不足進商而反有餘須合初商次商以斟酌之至次商以後因有益積之法故廉法亦不足憑則又須較量而增損之可也

設如帶一縱立方積七百六十八尺其高與闊等長與闊和二十尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其積七百六

十八尺可商九尺則以九尺為高與闊

與長闊和二十尺相減餘十一尺為長即以高與闊九尺自乘得八十一尺又以長十一尺再乘得八百九十一尺大於原積乃退商八尺書於原積八尺之上而以所商八尺為高與闊與長闊和二十尺相減餘十二尺為長即以高與闊八尺自乘得六十四尺又以長十二尺再乘得七百六十八尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高與闊俱八

尺長十二尺也如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積七百六十八尺其甲乙為高乙丙為闊丙丁為長甲乙乙丙俱八尺丙丁為十二尺乙丙與丙丁共二十尺即長闊之和初商所得即高與闊於長闊和内減去初商所餘即長也此法與較數帶縱立方有加減之異彼以所商之數與較數相加此則以所商之數與和數相減也

設如帶一縱立方積二千四百四十八尺其高與闊相等長與闊和二十九尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其二千尺為初商積可商十尺乃以十尺書於原積二千尺之上而以所商十尺為初商之高與闊與長闊和二十九尺相減餘十九尺為初商之長即以初商之高與闊十尺自乘得一百尺又以初商之長十九尺再乘得一千九百尺書於原積之

一
二四四八
一九○○
○五四八

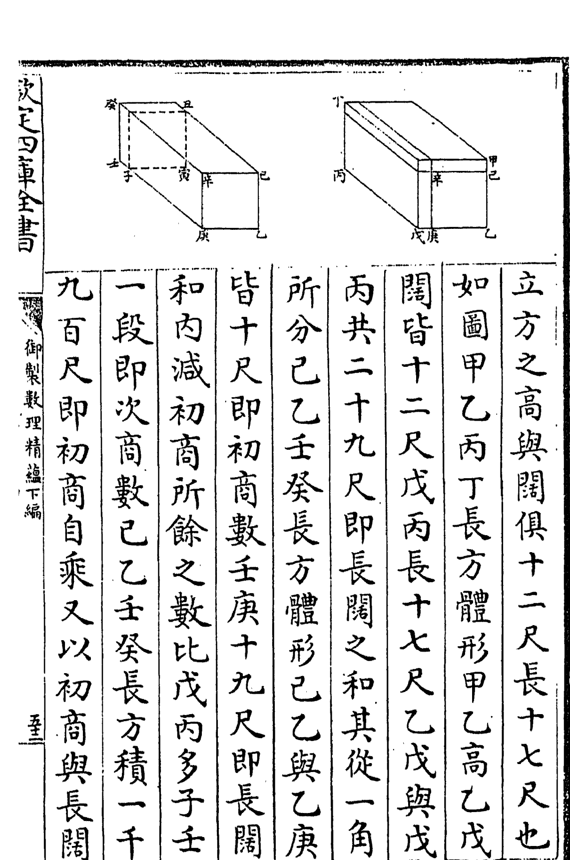
一○
一○
一○○
一○○
一九
九○○
一○○○
一九○○

下相減餘五百四十八尺乃以初商之高與闊十尺與初商之長十九尺相乘得一百九十尺倍之得三百八十尺以除餘積五百四十八尺足一尺因仍益積且初商之長尚減去次商數故取大數為二尺則以二尺書於原積八尺之上而以初商十尺自乘又以次商二尺再乘得二百尺與餘積五百四十八尺相加得七百四十八尺為次商二方廉

〇			二
二	四	四	八
一	九	〇	〇
〇	五	四	八
	二	〇	〇
	七	四	八
	七	四	八
	〇	〇	〇

三	四	〇
	三	四
三	七	四
		二
七	四	八

一長廉之共積乃以次商二尺與初高之長十九尺相減餘十七尺為初商次商之長與初商之高與闊十尺相乘得一百七十尺倍之得三百四十尺為二方廉面積又以次商二尺與初商次商之長十七尺相乘得三十四尺為一長廉面積合二方廉一長廉面積共三百七十四尺以次商二尺乘之得七百四十八尺書於餘積之下相減恰盡是知



立方之高與闊俱十二尺長十七尺也

如圖甲乙丙丁長方體形甲乙高乙戊闊皆十二尺戊丙長十七尺乙戊與戊丙共二十九尺即長闊之和其從一角所分己乙壬癸長方體形己乙與乙庚皆十尺即初商數壬庚十九尺即長闊和內減初商所餘之數比戊丙多子壬一段即次商數己乙壬癸長方積一千九百尺即初商自乘又以初商與長闊

和相減之餘再乘之數比初商原體積多丑寅壬癸一扁方體形因初商積内多減去此積故以初商自乘次商再乘而得丑寅壬癸扁方體積與餘積相加即得甲已辛庚丙丁兩面磬折體形其辰形已形為兩方廉其闊十尺即初商數其長十七尺即長闊和内減初商次商之數其厚皆二尺即次商數午形為一長廉其長十七尺與方廉同其闊與

厚皆二尺亦即次商數合二方廉一長廉共成一磬折體形附於長方體之兩面而成甲乙丙丁之總長方體積也

設如帶一縱立方積九萬九千九百五十四尺其高與闊相等長與闊和一千二百四十三尺問高闊長各幾何

九九九五四

法列積如開立方法商之其九萬九千尺為初商積可商四十尺而長闊和為一千二百四十三尺按法相乘過大於

九
四五九九九
四五九九九
〇〇〇〇〇

八
三四二一
四五九九九

原積爰以長闊和一千二百四十三尺除原積九萬九千九百五十四尺足八十尺有餘以八十尺開平方約足九尺乃以九尺書於原積四尺之上而以所商九尺為高與闊與長闊和一千二百四十三尺相減餘一千二百三十四尺為長即以高與闊九尺自乘得八十一尺又以長一千二百三十四尺再乘得九萬九千九百五十四尺書於原積之

```
 九
 九
八一
```

```
  一二三四
     八一
  一二三四
 九八七三
九九九五四
```

下相減恰盡是知立方之高與闊俱九尺長一千二百三十四尺也此法蓋因帶一縱甚多高與闊甚少其長闊和比長所多無幾故以長闊和除原積即得高與闊自乘之一面積而開平方所得即高與闊與長闊和相減所餘即長也

設如帶兩縱相同立方積三百八十四尺其長與闊相等高與闊和十四尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其積三百八

六）四四○
八八○
三三○

八八
四六
六
三八四

十四尺可商七尺因欲得小於半和之數乃退商六尺書於原積四尺之上而以所商六尺為高與高闊和十四尺相減餘八尺為長與闊即以長與闊八尺自乘得六十四尺又以高六尺再乘得三百八十四尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高為六尺長與闊皆八尺也如圖甲乙丙丁戊己扁方體形容積三百八十四尺其甲乙為高乙丙為

闊丙丁為長甲乙六尺乙丙與丙丁皆八尺甲乙與乙丙共十四尺即高與闊之和初商所得為高於高闊和內減去初商所餘為闊亦即長也

設如帶兩縱相同立方積六千九百一十二尺其長與闊相等高與闊和三十六尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其六千尺為初商積可商十尺乃以十尺書於原積六千尺之上而以所商十尺為初商之

六九一二

高與高闊和三十六尺相減餘二十六尺為初商之長與闊即以初商之長與闊二十六尺自乘得六百七十六尺又以初商之高十尺再乘得六千七百六十尺書於原積之下相減餘一百五十二尺乃以初商之長與闊二十六尺自乘得六百七十六尺以除餘積一百五十二尺不足一尺因仍益積且初商之長與闊內尚減去次商數故取大數為

	二	四〇
	一	〇
	〇	〇
二	四	
二	四	〇
		二
四	八	〇
九	六	〇

	二
	三
	四
一	〇
四	〇

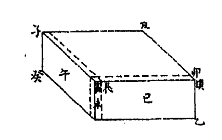
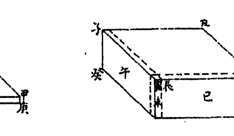
	九	六	〇
		四	〇
一	〇	〇	〇

二尺書於原積二尺之上而以次商二尺與初商之長與闊二十六尺相減餘二十四尺為初商次商之長與闊與初商十尺相乘得二百四十尺以次商二尺再乘得四百八十尺倍之得九百六十尺為二方廉積又以次商二尺自乘以初商十尺再乘得四十尺為一長廉積合二方廉一長廉積共一千尺與餘積一百五十二尺相加得一千一百五

十二尺為次商一方廉積乃以初商次商之長二十四尺自乘得五百七十六尺以次商二尺再乘得一千一百五十二尺書於餘積之下相減恰盡是知立方之高十二尺長與闊皆二十四尺也

如圖甲乙丙丁扁方體形容積六千九百一十二尺甲乙高十二尺甲戊長甲己闊俱二十四尺甲己與甲乙共三十六尺即高與闊之和其從一面所分庚

乙癸子扁方體形庚乙十尺即初商數庚丑與庚寅皆二十六尺即高闊和内減初商之數庚丑比甲戌多庚卯一段庚寅比甲己多辰寅一段即次商數庚乙癸子長方積六千七百六十尺即初商與高闊和相減之餘數自乘又以初商再乘之數比初商原體積多巳午二方廉積未一長廉積因初商積内多減去此積故以初商次商之長與闊與初

商相乘以次商再乘倍之即得巳午二方廉積又以次商自乘以初商再乘即得未一長廉積與餘積相加即得甲庚辛壬丁戊扁方體形其甲戊長甲巳闊皆二十四尺即高闊和內減初商次商之數甲庚厚二尺即次商數附於初商扁方體之一面而成甲乙丙丁之總扁方體積也三商以後皆倣此遞析推之

設如帶兩縱相同立方積三百九十六萬八千零六

十四尺其長與闊相等高與闊和一千尺問高闊長各幾何

四
三九六八〇六四

三
〇
一〇〇〇〇〇
三九六八〇六四

法列積如開立方法商之其三百萬尺為初商積可商一百尺而高闊和為一千尺按法相乘過大於原積爰以高闊和一千尺自乘得一百萬尺以除原積三百九十六萬八千零六十四尺足三尺取略大數為四尺乃以四尺書於原積四尺之上而以所商四尺為高與高

九九六
九九六
五九七六
八九六四
八九六四
九九二〇一六
四
三九六八〇六四

四)三九六八〇六四
三九六八〇六四
〇〇〇〇〇〇〇

闊和一千尺相減餘九百九十六尺為長與闊即以長與闊九百九十六尺自乘得九十九萬二千零一十六尺又以高四尺再乘得三百九十六萬八千零六十四尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高為四尺長與闊俱九百九十六尺也此法蓋因帶兩縱甚多而高數甚少其高闊和比原長原闊所多無幾故以高闊和自乘得一面積以除原

積即得高與高闊和相減所餘為闊亦即長邊也

設如帶兩縱不同立方積四百八十尺高與闊和十四尺高與長和十六尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其積四百八十尺可商七尺因欲得小於半和之數乃退商六尺書於原積空尺之上而以所商六尺為高與高與闊和十四尺相減餘八尺為闊又以高六尺與高與長

六八八〇
四一〇〇
四〇八
四四八〇

戊 己 丁 丙 乙 甲

和十六尺相減餘十尺為長即以高六尺與闊八尺相乘得四十八尺又以長十尺再乘得四百八十尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高為六尺其闊為八尺其長為十尺也如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積四百八十尺其甲乙為高六尺乙丙為闊八尺甲己為長十尺甲己與甲乙共十六尺即高與長之和甲乙與乙丙共十四尺即高與

闊之和初商所得為高與高闊和相減所餘為闊以高與高長和相減所餘即長也

設如帶兩縱不同立方積八千零六十四尺高與闊和三十六尺高與長和四十尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其八千尺為初商積可商二十尺因欲得小於半和之數乃退商十尺書於原積八千尺之上而以所商十尺為初商之高與高闊

一　　　　二
八　〇　六　四
七　八　〇　〇
〇　二　六　四

和三十六尺相減餘二十六尺為初商之闊又以初商之高十尺與高長和四十尺相減餘三十尺為初商之長即以初商之高十尺與初商之闊二十六尺相乘得二百六十尺以初商之長三十尺再乘得七千八百尺書於原積之下相減餘二百六十四尺為一長方廉積其厚即次商之數其長與闊比初商之長與闊各少一次商之數乃以初商之

　　　六
　　三〇
—
　　〇〇
　二六
—
　二六〇
　　三〇
—
　〇〇〇
七八〇
—
七八〇〇

長三十尺與初商之闊二十六尺相乘得七百八十尺以除餘積二百六十四尺不足一尺因仍益積且初商之長闊尚減去次商數故取大數為二尺書於原積四尺之上而以所商二尺與初商之闊二十六尺相減餘二十四尺為初商次商之闊以所商二尺與初商之長三十尺相減餘二十八尺為初商次商之長即以初商次商之闊二十四尺與

二四
一〇
〇〇
二四
二四〇

二八
一〇
〇〇
二八
二八〇

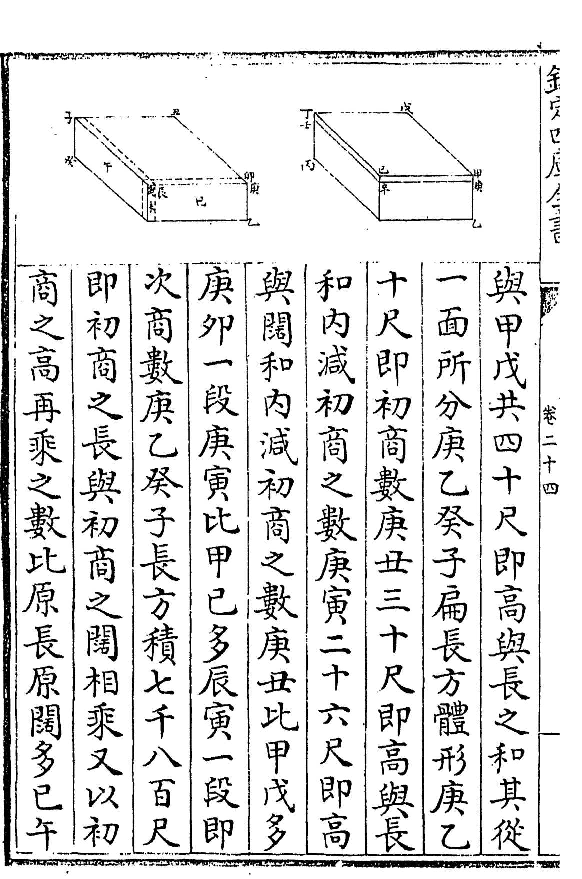
二八〇
二四〇
五二〇
二
一〇四〇

二
二
四
一〇
四〇

一〇四〇
四〇
一〇八〇

初商之高十尺相乘得二百四十尺又以初商次商之長二十八尺與初商之高十尺相乘得二百八十尺兩數相併得五百二十尺以次商二尺乘之得一千零四十尺為二方廉積又以次商二尺自乘得四尺以初商十尺再乘得四十尺為一長廉積合二方廉一長廉積共一千零八十尺與餘積二百六十四尺相加得一千三百四十四尺為次商

一方廉積乃以初商次商之闊二十四尺與長二十八尺相乘得六百七十二尺以次商二尺再乘得一千三百四十四尺書於餘積之下相減恰盡是知立方之高十二尺闊二十四尺長二十八尺也如圖甲乙丙丁扁長方體形容積八千零六十四尺甲乙高十二尺甲戊長二十八尺甲己闊二十四尺甲乙與甲己共三十六尺即高與闊之和甲乙



與甲戊共四十尺即高與長之和其從一面所分庚乙癸子扁長方體形庚乙十尺即初商數庚丑三十尺即高與長和內減初商之數庚寅二十六尺即高與闊和內減初商之數庚丑比甲戊多庚夘一段庚寅比甲己多辰寅一段即次商數庚乙癸子長方積七千八百尺即初商之長與初商之闊相乘又以初商之高再乘之數比原長原闊多巳午

二方廉積末一長廉積因初商積內多減去此積故以初商次商之長與初商之高相乘以初商次商之闊與初商之高相乘兩數相併以次商再乘即得已午二方廉積又以次商自乘以初商之高再乘即得末一長廉積與餘積相加即得甲庚辛壬丁戊一扁長方體形其甲己闊二十四尺即高闊和內減初商次商之數甲戊長二十八尺即高長和

內減初商次商之數甲庚厚二尺即次商數附於初商扁長方體之一面而成甲乙丙丁之總扁長方體積也三商以後皆倣此遞析推之

設如帶兩縱不同立方積一十七萬二千六百九十二尺高與闊和一百二十九尺高與長和二百四十尺問高闊長各幾何

法列積如開立方法商之其一十七萬二千尺為初商積可商五十尺而長即

六
一七二六九二

五
三〇八六〇
一七二六九二

為一百九十尺闊即為七十九尺按法相乘過大於原積爰以高與闊和一百二十九尺與高與長和二百四十尺相乘得三萬零八百六十尺以除原積一十七萬二千六百九十二尺足五尺取略大之數為六尺乃以六尺書於原積二尺之工而以所商六尺為高與高與闊和一百二十九尺相減餘一百二十三尺為闊又以高六尺與高與長和二

六)

一七二六九二
一七二六九二
————
〇〇〇〇〇〇

二三四
一二三
————
七〇二
四六八
二三四
————
二八七八二
六
————
一七二六九二

百四十尺相減餘二百三十四尺為長即以闊一百二十三尺與長二百三十四尺相乘得二萬八千七百八十二尺又以高六尺再乘得一十七萬二千六百九十二尺書於原積之下相減恰盡是知立方之高為六尺闊為一百二十三尺長為二百三十四尺也此法蓋因帶兩縱甚多而高數甚少其高與闊和比原闊所多無幾高與長和比原長所

多亦無幾故以高與闊和與高與長和相乘得一面積以除原積即得高與高闊和相減所餘為闊與高與長和相減所餘即長也

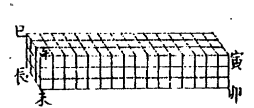
附勾股法四條

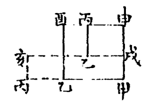
設如勾股積六尺勾弦較二尺求勾股弦各幾何

法以勾股積六尺倍之得十二尺自乘得一百四十四尺以勾弦較二尺除之得七十二尺折半得三十六尺為長方體積乃以勾弦較二尺折半得一尺為長方體之長比高闊所多之較用帶一縱較數開立方法算之得高與闊三尺為勾加勾弦較二尺得五尺為弦以勾

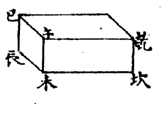
三尺除倍積十二尺得四尺為股也此法有勾股積勾弦較必得股自乘積以勾弦較除之始得勾弦和而勾弦和為二勾一勾弦較之共數將勾弦和半之為一勾半勾弦較之共數令作為帶縱立方體算者即如以勾為帶縱立方之高與闊勾與半勾弦較之共數為帶縱立方之長半勾弦較為帶縱之較用帶縱較數立方法開之得高與闊即勾也

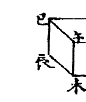
如甲乙丙勾股積倍之成甲丁乙丙勾股相乘之長方面積自乘得戊己庚辛正方面積即如勾自乘股自乘兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積試將此長方面積變為長方體積其底為勾自乘之數其長為股自乘之數其勾自乘之底邊即勾而股自乘之長又為勾弦較與勾弦和相乘之數是暗中已得股自乘之一數矣其長方體即如寅卯





辰巳長方體形然又試作一申甲乙酉弦自乘之正方内申戌乙丙為勾自乘之正方則戌甲乙酉丙乙磬折形與股自乘之正方等引而長之成戌甲丙亥之長方其戌甲闊即勾弦較甲乙丙長即勾弦和令以股自乘之數用勾弦較除之得勾弦和即如寅卯辰巳之長方體積用勾弦較除之而得乾坎辰巳之長方體積其午未辰巳之高闊相乘之





面積未減而坎未之長即為勾弦和矣勾弦和既為二勾一勾弦較之共數折半則得一勾半勾弦較之共數故將所得之乾坎辰巳長方體積折半為艮震辰巳長方體積其巳辰高未辰闊仍皆為勾與巽未等其震未長為勾與半勾弦較之共數震巽為半勾弦較即長比高闊所多之數故以勾弦較折半用帶一縱較數開立方法算之得高與闊為

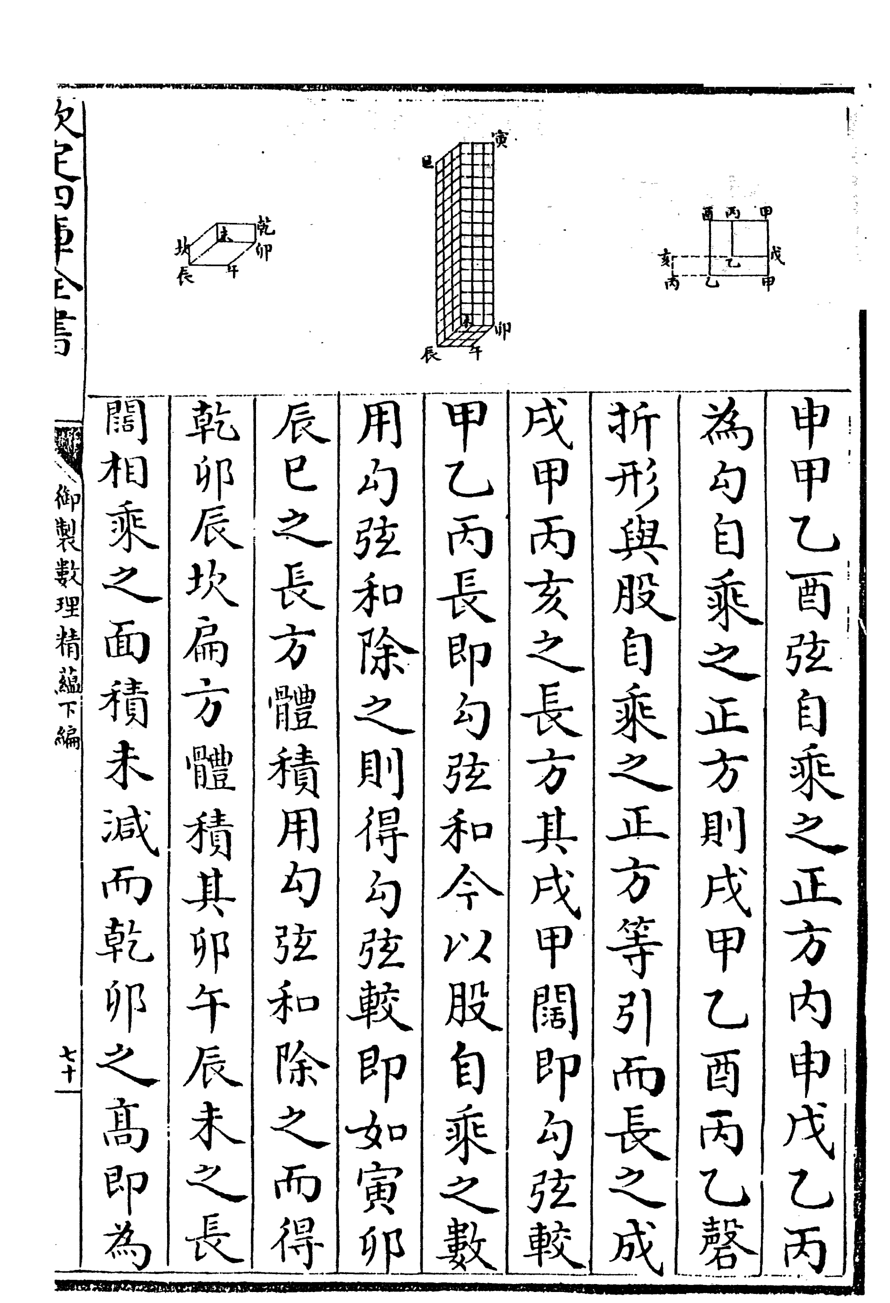
勾也

設如勾股積六尺勾弦和八尺求勾股弦各幾何

法以勾股積六尺倍之得十二尺自乘得一百四十四尺以勾弦和八尺除之得十八尺折半得九尺為扁方體積乃以勾弦和八尺折半得四尺為扁方體之高與長闊之和用帶兩縱相同和數開立方法算之得長與闊三尺為勾於勾弦和八尺内減勾三尺餘五尺為弦

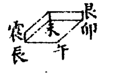
以勾三尺除倍積十二尺得四尺為股也此法有勾股積勾弦和必得股自乘積以勾弦和除之始得勾弦較半之為半勾弦較今作為帶縱立方體算者即如以勾為帶縱立方之長與闊半勾弦較為帶縱立方之高一勾半勾弦較之共數為帶縱立方之高與長闊之和用帶兩縱相同和數立方法開之得長與闊即勾也如甲乙丙勾股積倍之成甲

丁乙丙勾股相乘之長方面積自乘得戊己庚辛正方面積即如勾自乘股自乘兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積試將此長方面積變為長方體積其底為勾自乘之數其高為股自乘之數其勾自乘之底邊即勾而股自乘之高又為勾弦較與勾弦和相乘之數是暗中已得股自乘之一數矣其長方體即如寅卯辰巳長方體形然又試作一



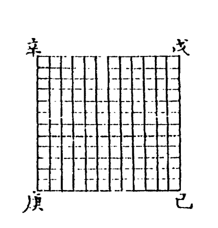
申甲乙酉弦自乘之正方內申戊乙丙為勾自乘之正方則戊甲乙酉丙乙磬折形與股自乘之正方等引而長之成戊甲丙亥之長方其戊甲闊即勾弦較甲乙丙長即勾弦和令以股自乘之數用勾弦和除之則得勾弦較即如寅卯辰巳之長方體積用勾弦和除之而得乾卯辰坎扁方體積其卯午辰未之長闊相乘之面積未減而乾卯之高即為

勾弦較矣折半則得艮卯辰震扁方體積其卯午長午辰闊仍皆為勾而艮卯之高為半勾弦較其艮卯與卯午即高與長闊之和為一勾半勾弦較之共數而勾弦和乃二勾一勾弦較之共數故以勾弦和折半得一勾半勾弦較用帶兩縱相同和數開立方法算之得長與闊為勾也



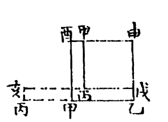
設如勾股積六尺股弦較一尺求勾股弦各幾何

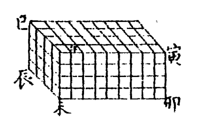
法以勾股積六尺倍之得十二尺自乘得一百四十四尺以股弦較一尺除之仍得一百四十四尺折半得七十二尺為長方體積乃以股弦較一尺折半得五寸為長方體之長比高闊所多之較用帶一縱較數開立方法算之得高與闊四尺為股加股弦較一尺得五尺為弦以股四尺除倍積十二尺得三尺為勾也此法有勾股積有股弦較必得勾



自乘積以股弦較除之始得股弦和而股弦和為二股一股弦較之共數將股弦和半之為一股半股弦較之共數今作為帶縱立方體算者即如以股為帶縱立方之高與闊股與半股弦較之共數為帶縱立方之長半股弦較為帶縱之較用帶縱較數立方法開之得高與闊即股也如甲乙丙句股積倍之則成甲丁乙丙句股相乘之長方面積自乘

得戊己庚辛正方面積即如股自乘勾自乘兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積試將此長方面積變為長方體積其底為股自乘之數其長為勾自乘之數其股自乘之底邊即股而勾自乘之長又為股弦較與股弦和相乘之數是暗中已得勾自乘之一數矣其長方體即如寅卯辰巳之長方體形然又試作一申乙甲酉弦自乘之正方内申戌





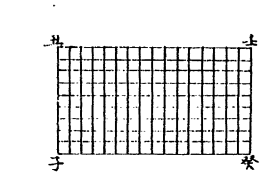
丙甲為股自乘之正方則戌乙甲酉甲丙罄折形與勾自乘之正方等引而長之成戌乙丙亥之長方其戌乙闊即股弦較乙甲丙長即股弦和令以勾自乘之數用股弦較除之得股弦和即如寅卯辰巳之長方體積用股弦較除之仍得寅卯辰巳之長方體積其午未辰巳高闊相乘之面積與卯未之長俱未減而卯未之長即命為股弦和矣股弦和

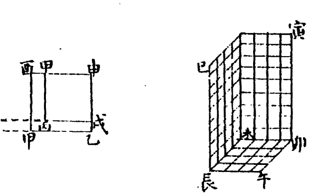
既為二股一股弦較之共數折半則得一股半股弦較之共數故將所得之寅卯辰巳長方體積折半為乾坎辰巳長方體積其未辰闊巳辰高仍皆為股與艮未等其坎未長為股與半股弦較之共數坎艮為半股弦較即長比高闊所多之數故以股弦較折半用帶一縱較數開立方法算之得高與闊為股也

設如句股積六尺股弦和九尺求句股弦各幾何

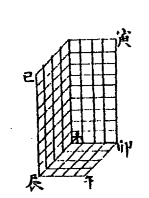
法以勾股積六尺倍之得十二尺自乘得一百四十四尺以股弦和九尺除之得十六尺折半得八尺為扁方體積乃以股弦和九尺折半得四尺五寸為扁方體之高與長闊之和用帶兩縱相同和數開立方法算之得長與闊四尺為股於股弦和九尺內減股四尺餘五尺為弦以股四尺除倍積十二尺得三尺為勾也此法有勾股積股弦和必得勾

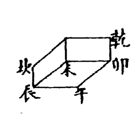
自乘積以股弦和除之始得股弦較半之為半股弦較今作為帶縱立方體算者即如以股為帶縱立方之長與闊半股弦較為帶縱立方之高一股半股弦較之共數為帶縱立方之高與長闊之和用帶兩縱相同和數立方法開之得長與闊即股也如甲乙丙勾股積倍之成甲丁乙丙勾股相乘之長方面積自乘得戊己庚辛正方面積即如股自乘

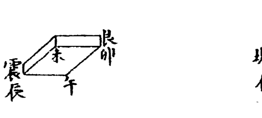




勾自乘兩自乘數再相乘之壬癸子丑長方面積試將此長方面積變為長方體積其底為股自乘之數其高為勾自乘之數其股自乘之底邊即股而勾自乘之高又為股弦和與股弦較相乘之數是暗中已得勾自乘之一數矣其長方體即如寅卯辰巳長方體形然又試作一申乙甲酉弦自乘之正方內申戌丙甲為股自乘之正方則戌乙甲酉甲







丙磬折形與勾自乘之正方等引而長之成戌乙丙亥之長方其戌乙闊即股弦較乙甲丙長即股弦和令以勾自乘之數用股弦和除之則得股弦較即如寅夘辰巳之長方體積用股弦和除之而得乾夘辰坎扁方體積其夘午辰未長闊相乘之面積未減而乾夘之高即為股弦較矣折半則得艮夘辰震扁方體積其夘午長午辰闊仍皆為股而艮

艮 卯 未 震 辰 午

卯之高為半股弦較其艮卯與卯午即高與長闊之和為一股半股弦較之共數而股弦和乃二股一股弦較之共數故以股弦和折半得一股半股弦較用帶兩縱相同和數開立方法算之得長與闊為股也